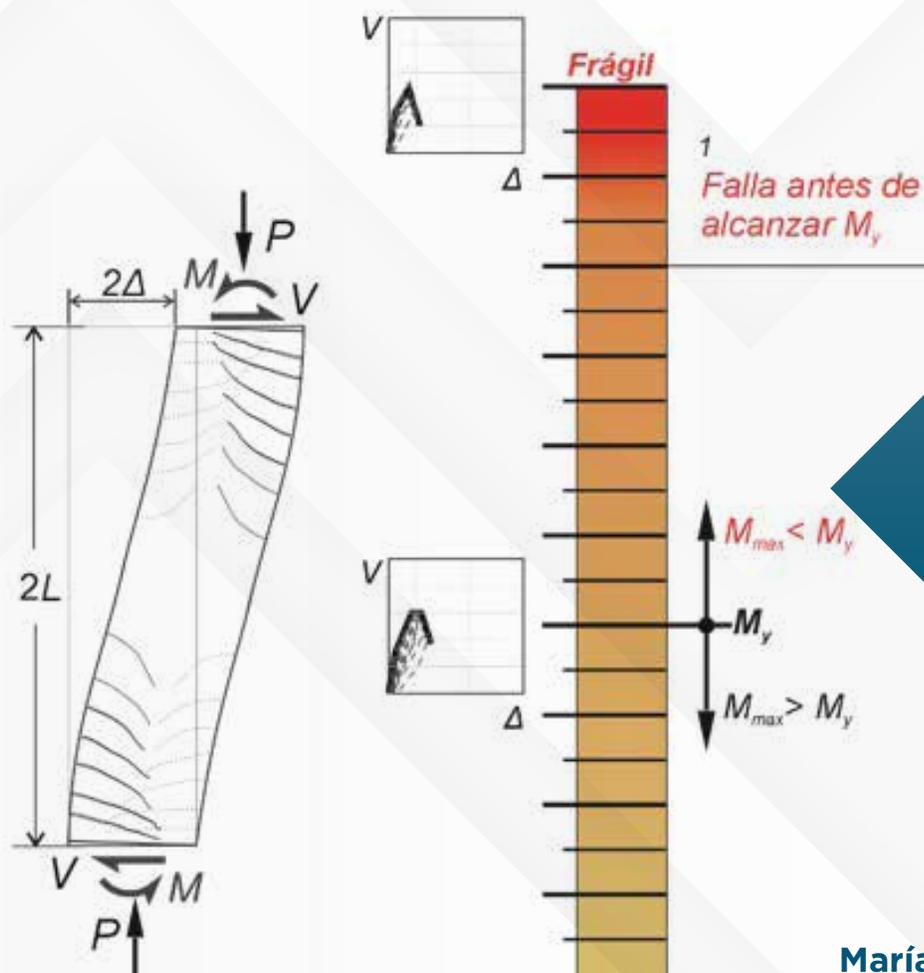


EVALUACIÓN Y MODELO PROPUESTO DE LA RESISTENCIA Y DEFORMACIÓN LATERAL ANTE ACCIONES SÍSMICAS EN COLUMNAS RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO CON FALLA FRÁGIL POR CORTANTE



ISBN: 978-607-30-9622-5

DOI: 10.22201/iingen.9786073096225e.2024

María Camila Olaya

Mario E. Rodríguez

José I. Restrepo

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Publicación arbitrada

ISBN: 978-607-30-9622-5

doi: <https://doi.org/10.22201/iingen.9786073096225e.2024>

Evaluación y modelo propuesto de la resistencia y deformación lateral ante acciones sísmicas en columnas rectangulares de concreto reforzado con falla frágil por cortante

María Camila Olaya¹
camila.olaya@hotmail.com

Mario E. Rodríguez²
IIUNAM
mrod@unam.mx

José I. Restrepo³
UCSD
jrestrepo@ucsd.edu

Serie Investigación y Desarrollo
SID714
Octubre 2024

¹ Exbecaria, Instituto de Ingeniería, UNAM

² Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM

³ Profesor, Universidad de California

Evaluación y modelo propuesto de la resistencia y deformación lateral ante acciones sísmicas en columnas rectangulares de concreto reforzado con falla frágil por cortante

Primera edición, 19 de octubre de 2024

SID 714

D.R.© 2024 **Universidad Nacional Autónoma de México**

Instituto de Ingeniería, UNAM

Ciudad Universitaria, CP 04510, Ciudad de México

ISBN: 978-607-30-9622-5

doi: <https://doi.org/10.22201/iingen.9786073096225e.2024>

La obra fue editada por el Instituto de Ingeniería, de la Universidad Autónoma de México (IIUNAM). El cuidado de la edición estuvo a cargo de la Unidad de Promoción y Comunicación del IIUNAM. Esta obra está gratuitamente disponible para consulta e impresión, en archivo PDF de 9.3 MB, en la sección de Publicaciones del portal electrónico del IIUNAM, <http://www.iingen.unam.mx>, desde que se terminó de editar.

Términos de licenciamiento Creative Commons para protección de la difusión por terceras personas y derechos de autor de la presente obra: Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional



Agradecimientos

Se agradece a los Doctores Amador Terán de la Universidad Autónoma Metropolitana, Oscar López Bátiz de CENAPRED, y Luis Valdivieso de la Pontificia Universidad Católica del Perú, por sus constructivos comentarios a este trabajo que contribuyeron a mejorarlo.

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Resumen

El modo de falla por cortante en columnas de concreto reforzado sometidas a acciones sísmicas ocurre de manera súbita particularmente en el caso que esta falla se produzca antes que la columna alcance su resistencia a flexión. Este tipo de falla se conoce también con el nombre de falla frágil por cortante y generalmente está asociada a la pérdida de la capacidad de la columna para resistir cargas gravitacionales, lo que puede producir el colapso de la estructura.

Este trabajo estudia la respuesta de columnas ante acciones del tipo sísmicas con falla frágil por cortante, para lo cual se emplea una base de datos de ensayos generada para esta investigación, con datos de 38 columnas rectangulares de concreto reforzado que fueron ensayadas en diversos laboratorios del mundo ante cargas laterales cíclicas reversibles y que mostraron el modo de falla frágil por cortante. Se evalúa resultados de la predicción de la resistencia a cortante de las columnas de esta base de datos, empleando once métodos existentes. Se propone un nuevo método de predicción de la resistencia de columnas rectangulares sometidas a acciones del tipo sísmicas que responden con un modo de falla frágil por cortante, para lo cual se emplea información experimental, así como conceptos de la mecánica de la resistencia a cortante. Además, se propone un nuevo procedimiento para la definición de la curva de carga lateral contra el desplazamiento lateral relativo, tanto para la zona inicial de la respuesta, como hasta la pérdida de la capacidad lateral resistente. Los resultados de este procedimiento se comparan con resultados de emplear los requisitos especificados en la ASCE 41-17.

Palabras clave: falla por cortante, columnas concreto reforzado, curva carga lateral versus desplazamiento lateral, falla frágil, base de datos ensayos

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Abstract

Shear failures are one of the most brittle response modes in reinforced concrete columns subjected to earthquake-induced lateral drifts, mainly if the failure occurs before the flexural strength is reached. Columns exhibiting this failure mode are termed shear-critical and associated with the column's axial load-carrying capacity loss.

This work studies the response of rectangular RC shear-critical columns using a database of tests on thirty-eight large rectangular and square columns exhibiting this failure mode. This study reviews eleven published methods and compares their shear strength predictive capabilities using the column database. A new method is proposed to predict the strength of shear-critical rectangular columns. This method includes contributions from concrete and transverse reinforcement. This method was derived based on experimental results and concepts of mechanics of shear resistance. This work also proposes a new procedure for defining force-deformation relations for shear-critical columns from the initial part of the response to the significant loss of lateral strength. Results using this procedure are compared with those using ASCE 41-17.

Keywords: shear failure, reinforced concrete columns, force-deformation curves, brittle failure, test database

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Índice

Agradecimientos	i
Resumen	iii
Abstract	v
Índice	vii
1. Introducción	1
1.1. Modos de falla de columnas de concreto reforzado	1
1.2. Descripción del problema de columnas con modo de falla frágil por cortante	4
1.3. Objetivos.....	5
1.4. Descripción de capítulos de este estudio	5
2. Métodos existentes para la evaluación de la resistencia de columnas rectangulares con falla frágil por cortante	7
2.1. Método de Priestley, Verma y Xiao (1994).....	7
2.2. Response 2000 (Bentz 2000).....	10
2.3. Método de Priestley, Calvi y Kowalsky (2007).....	15
2.4. Método de Pan y Li (2013).....	15
2.4.1. Mecanismo de armadura	16
2.4.2. Mecanismo de puntal diagonal.....	17
2.5. Método ASCE 41-13 (2014).....	19
2.6. Método de Pujol, Hanai, Ichinose y Sozen (2016)	21
2.7. Método de las NTC Concreto (2017)	23
2.8. Métodos ASCE 41-17 (2017) y Nueva Zelanda (2018)	24
2.9. Método de Hua, Eberhard, Lowes y Gu (2019).....	25
2.10. Métodos A y B del ACI 318-19 (2019)	26
3. Base de datos de ensaye de columnas con modo de falla frágil por cortante que se emplea en este estudio	29
4. Comparativa de métodos para la evaluación de la resistencia de columnas críticas por cortante	37
5. Modelo propuesto para la predicción de resistencia de columnas con modo de falla frágil por cortante	41
5.1. Comportamiento de columnas antes del agrietamiento	41

5.2. Comportamiento de columnas después del agrietamiento.....	47
5.3. Propuesta de método para la predicción de la resistencia de columnas con falla frágil por cortante	48
5.3.1. Descripción del método que se propone.....	48
5.3.2. Contribución del concreto a la resistencia a cortante (V_c)	48
5.3.3. Contribución del acero de refuerzo transversal a la resistencia a cortante (V_s)	62
5.3.4. Procedimiento de optimización empleado para definir el método de predicción de la resistencia de columnas que tienen modo de falla frágil por cortante	65
5.3.5. Método que se propone para la predicción de la resistencia nominal a cortante de columnas rectangulares de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante.....	69
5.3.6. Ejemplo de aplicación para el cómputo de la resistencia a cortante	71
5.4. Validación del método propuesto empleando resultados experimentales de columnas no incluidas en la obtención de este método.....	73
5.5. Comparativa de la predicción de la resistencia nominal a cortante de columnas rectangulares de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante empleando métodos existentes y el método propuesto	74
6. Carga lateral–distorsión de columnas de CR sometidas a acciones sísmicas, con falla frágil por cortante.....	77
6.1. Método de la ASCE 41-17 para definir curvas carga lateral-distorsión de columnas rectangulares de concreto reforzado sometidas a acciones sísmicas	77
6.2. Método propuesto para definir curvas carga lateral-distorsión de columnas rectangulares de concreto reforzado sometidas a acciones sísmicas con modo de falla frágil por cortante.....	79
6.2.1. Definición de la rigidez inicial	79
6.3. Definición de punto de quiebre de la curva carga lateral-desplazamiento	80
6.3.1. Distorsión en la respuesta máxima.....	80
6.3.2. Zona de reducción de resistencia lateral a cortante.....	81
6.3.3. Descripción del procedimiento seguido para obtener el método propuesto.....	82
6.3.4. Ejemplo de aplicación del método propuesto para el cómputo de la curva carga lateral-distorsión de columnas sometidas a acciones sísmicas con modo de falla frágil por cortante	87
7. Comparación de resultados empleando el modelo propuesto y el procedimiento de la ASCE 41-17 para la curva envolvente carga lateral-distorsión de columnas de CR con modo de falla frágil por cortante.....	91
7.1. Caso de cuatro columnas de la base de datos empleada para definir el método propuesto.....	91
7.2. Casos hipotéticos de algunas columnas que se pueden considerar representativas de casos de la práctica	93
7.3. Validación del método propuesto para obtener curvas carga lateral adimensional-distorsión de columnas de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante.....	96
8. Conclusiones	99
Notación.....	105
Lista de figuras	111
Lista de tablas	113
Bibliografía.....	115
Apéndice A	119
Procedimiento para obtener los valores de k_1 y k_2	119
Apéndice B	123
Procedimiento para encontrar la relación entre área transformada y área bruta.....	123

Apéndice C	127
Procedimiento de optimización empleando el método <i>k-fold</i> para obtener los valores de los parámetros m , b y θ_0 del método propuesto	127
Apéndice D	133
Apéndice E	137
Estudio paramétrico de la resistencia de columnas con modo de falla frágil por cortante, empleando Response 2000	137

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

1. Introducción

En zonas sísmicas, las columnas de edificios de concreto reforzado con detallado del refuerzo transversal inadecuado pueden tener un modo de falla por cortante antes de que éstas alcancen su capacidad a flexión. En este tipo de falla la columna tiene una pérdida de resistencia súbita, lo que sugiere la importancia de contar con procedimientos confiables para la predicción de la resistencia a cortante y la capacidad de deformación lateral. En este modo de falla, que en adelante aquí se denomina falla frágil por cortante, el acero de refuerzo longitudinal no alcanza a llegar a la fluencia, o en el caso de columnas con cargas axiales altas con este tipo de falla, la deformación máxima unitaria en compresión del concreto causada por flexocompresión no alcanza un valor límite, que se define posteriormente.

Este trabajo estudia la respuesta de columnas ante acciones del tipo sísmicas con falla frágil por cortante, para lo cual se evalúa resultados de la predicción de la resistencia a cortante de columnas sometidas al mencionado tipo de acciones, empleando varios métodos existentes y una base de datos de ensayos ante cargas laterales de columnas de concreto reforzado, efectuados en diversos laboratorios del mundo. Se propone un nuevo método de predicción de la resistencia de columnas sometidas a acciones del tipo sísmicas que responden con un modo de falla frágil por cortante, para lo cual se emplea información experimental, así como conceptos de la mecánica de la resistencia a cortante. Además, se propone un procedimiento para la definición de la curva de carga lateral contra el desplazamiento lateral relativo, tanto para la zona inicial de la respuesta, como hasta la pérdida de la capacidad lateral resistente.

1.1. Modos de falla de columnas de concreto reforzado

El comportamiento sísmico de columnas de edificaciones de concreto reforzado varía desde un tipo de respuesta frágil a una de tipo dúctil, con diferentes niveles de comportamiento en este intervalo de respuesta. La Figura 1.1 muestra de manera simple, la respuesta carga lateral, V , versus el

desplazamiento lateral, Δ , de una columna en flexocompresión que se desplaza lateralmente y tiene cierto grado de empotramiento en ambos extremos, con punto de inflexión a la mitad de su altura. En este trabajo se emplea la convención que la columna de la Figura 1.1 en su extremo se desplaza 2Δ y que su longitud es $2L$. Para ilustrar el comportamiento sísmico de esta columna, la Figura 1.1 muestra de manera esquemática la envolvente de los ciclos respectivos carga lateral versus Δ .

Como muestra la Figura 1.1, existen diversos niveles de respuesta, las que se pueden dividir en tres tipos: en un extremo la respuesta frágil, típica de columnas que fallan por cortante, en el otro extremo la respuesta dúctil, y en el caso intermedio, la respuesta llamada flexión-cortante. Para alcanzar una respuesta dúctil, se deben evitar varios tipos de falla que se ilustran en esta figura.

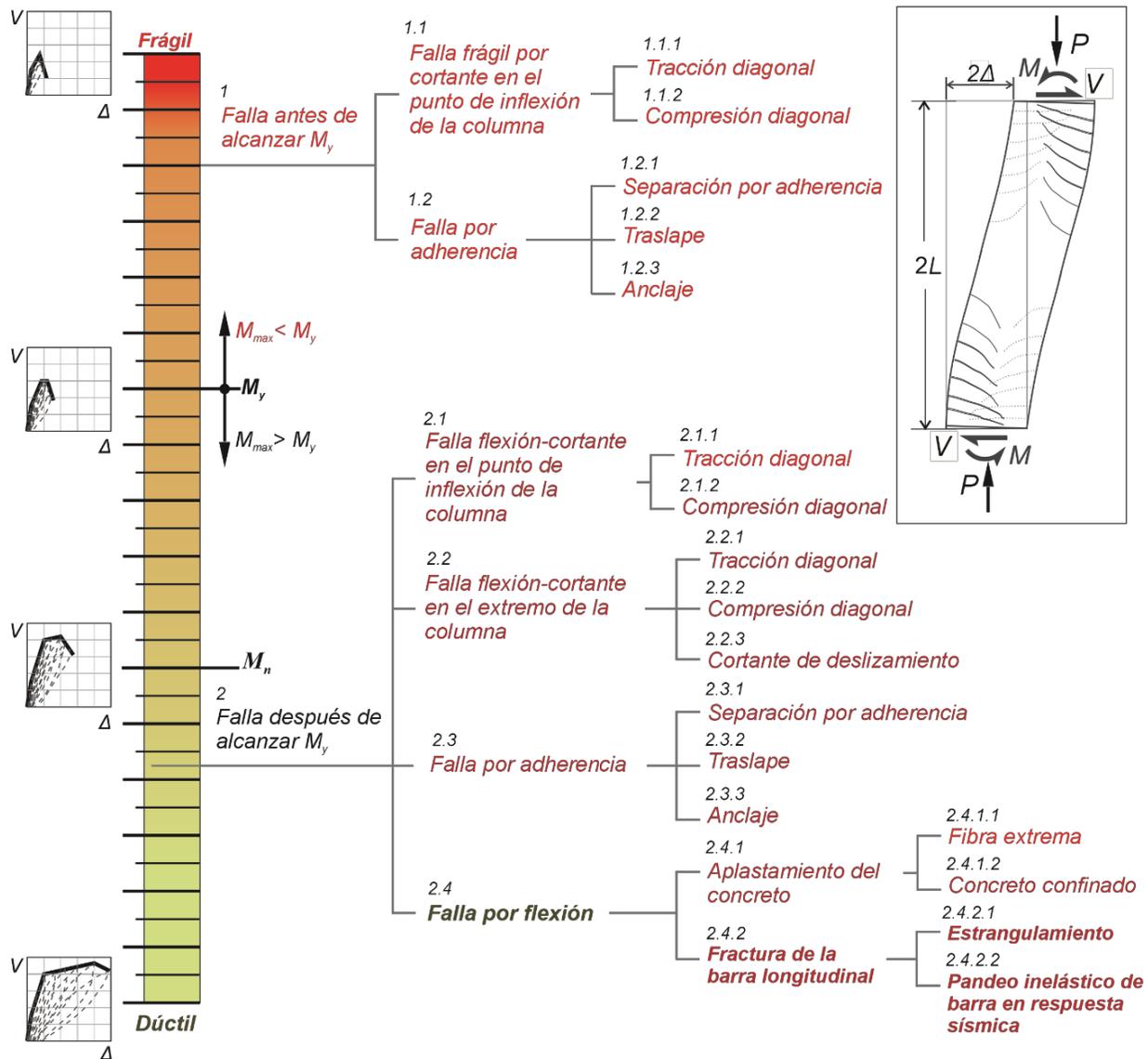
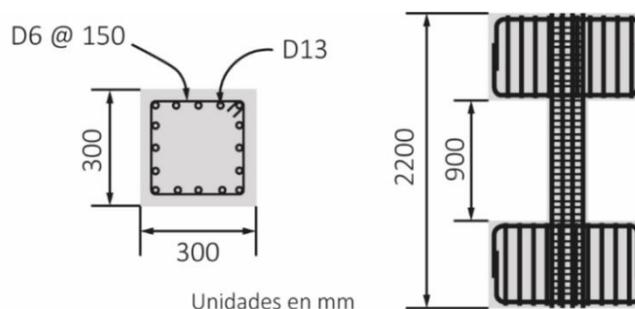
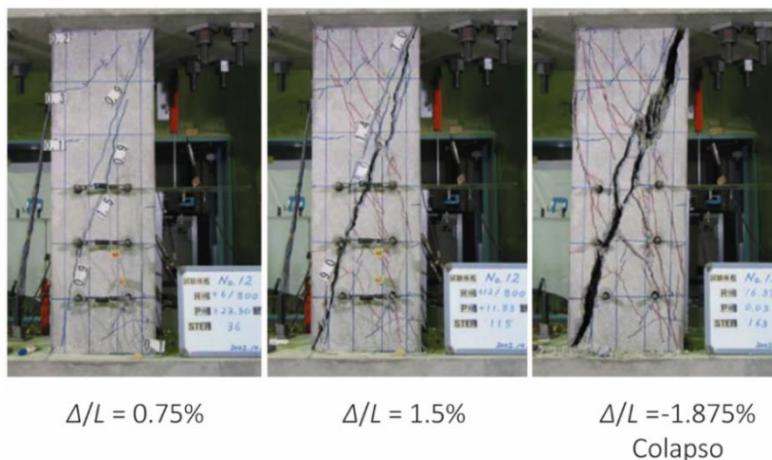


Figura 1.1 Clasificación del comportamiento y tipos de falla en columnas de concreto reforzado que responden a cargas laterales

La Figura 1.2 muestra de manera esquemática la evidencia experimental, encontrada en esta investigación, que la falla por cortante puede ocurrir en el punto de inflexión o en el extremo de la columna. La falla que se inicia en el punto de inflexión se propaga diagonalmente, la Figura 1.2 muestra la geometría y las fotos tomadas durante el ensaye de la columna D12 de Ousalem et al. (2004), este es un ejemplo del caso en que la falla frágil por cortante tiene asimetría a partir del punto de inflexión en la mitad de la altura de la columna, es decir que la grieta por cortante se extiende de un extremo a otro de la columna. La falla en el extremo de la columna resulta de falla por cortante o por adherencia inadecuada, esta última puede ser por separación de la barra, por traslape o por anclaje.



a) Descripción geométrica general de la columna



b) Columna durante el ensaye

Figura 1.2 Columna rectangular de concreto reforzado con falla frágil por cortante en el punto de inflexión, espécimen D12 (Ousalem et al., 2004; Ousalem, 2022)

Las columnas representadas en la Figura 1.1, que no tienen el modo de falla frágil por cortante, son aquellas donde los valores de momento máximo en sus secciones críticas son mayores que el de fluencia. Estas columnas a su vez tienen varios posibles modos de falla. El más conocido, y en realidad el más deseable por su posibilidad de lograr una respuesta dúctil, es el de falla por flexión. Esta se caracteriza por tener principalmente dos modos de falla, aplastamiento del concreto y falla del refuerzo

longitudinal. El aplastamiento se refiere a que se llega a la capacidad de resistencia en compresión del concreto en su fibra extrema o a la falla en compresión del concreto confinado debido a la pérdida del confinamiento por la fractura del refuerzo transversal, Figura 1.1. La falla del refuerzo longitudinal tiene dos variantes, el del pandeo del refuerzo longitudinal en la zona de articulación plástica, y el estrangulamiento del refuerzo longitudinal en esta zona debido a la acción cíclica reversible de las acciones sísmicas, Figura 1.1.

Las columnas que no tienen el modo de falla frágil por cortante, ni el tipo de falla por flexión ya descritos, son las columnas que fallan por flexión-cortante, Figura 1.1, en este caso las columnas llegan al momento nominal resistente y a continuación fallan por cortante. Este modo de falla puede ocurrir en el punto de inflexión de la columna o en el extremo de ella, y como en el caso de columnas con modo de falla frágil por cortante, el modo de falla también es por tracción diagonal o por compresión diagonal, esta última ocurre en el extremo de la columna solo para acciones del tipo cíclico reversible, Figura 1.1. También puede ocurrir la falla en el extremo de la columna debido a deslizamiento, así como por adherencia, ésta con las mismas tres variantes de este tipo de falla descritas anteriormente para el caso de columnas con falla frágil por cortante, Figura 1.1.

1.2. Descripción del problema de columnas con modo de falla frágil por cortante

El comportamiento sísmico de columnas en edificios de concreto reforzado es particularmente relevante en edificios existentes en zonas sísmicas, diseñadas con normativas de construcción con algunas décadas de antigüedad. En general los elementos estructurales de estos edificios se caracterizan por tener detalles del refuerzo longitudinal y transversal que no cumplen requisitos más exigentes como los de normativas actuales, por lo que las columnas de estos edificios podrían tener el tipo de falla por cortante, lo cual es indeseable por ser frágil, y porque además puede llevar a la pérdida de la capacidad de resistir las cargas gravitacionales en el edificio y por tanto el colapso de éste. El contar con un método de predicción de resistencia a cortante en columnas de edificios existente es importante, particularmente en el caso de evaluación de la seguridad estructural de estos edificios ante terremotos. Una mala predicción de la resistencia a cortante en columnas existentes puede llevar a la conclusión que la rehabilitación sísmica de una columna no sea necesaria porque el método empleado sobrestime esta resistencia, o a que se concluya de manera innecesaria que se requiera la rehabilitación sísmica de la columna cuando el método empleado subestime la resistencia a cortante de columnas. El problema se agrava en diversos países de Latinoamérica, incluyendo a México, porque en la evaluación de la resistencia de columnas de concreto reforzado se emplean normativas que en realidad son de diseño de edificaciones nuevas, por no haber normativas específicas para estructuras existentes. Lo anterior sugiere la importancia de este trabajo que estudia el problema del comportamiento y predicción de la resistencia a cortante de columnas rectangulares de concreto reforzado.

1.3. Objetivos

Este trabajo estudia el comportamiento de columnas rectangulares de concreto reforzado con falla frágil por cortante, se identifican sus características de falla, y se lleva a cabo el cómputo de la resistencia a cortante para el caso de una base de datos de columnas creada para esta investigación, con el fin de conocer resultados de este cómputo para un número importante de métodos existentes en la literatura para obtener la resistencia a cortantes de columnas. El trabajo tiene como objetivo proponer un nuevo método de cómputo de la resistencia de columnas con falla frágil por cortante, que además de ser confiable, se base en resultados observados en la base de datos y en conceptos de la mecánica de la resistencia a cortante. Además, este trabajo pretende proponer un procedimiento para definir la curva envolvente resistencia lateral-distorsión de columnas de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante, y que tiene en consideración el efecto de tamaño de la columna, como posible mejora a la propuesta por normativas de rehabilitación de edificaciones como la ASCE 41-17 (2017).

1.4. Descripción de capítulos de este estudio

El Capítulo 2 revisa once métodos descritos en la literatura para la evaluación de la resistencia de columnas rectangulares con falla frágil por cortante. Entre estos métodos se encuentran, además de los propuestos por varios autores, los métodos de ASCE 41-13 (2014), ASCE 41-17 (2017), ACI 318-19 (2019), y NTC Concreto (2017) de la Ciudad de México.

El Capítulo 3 describe las principales características de las bases de datos empleadas en este estudio, en la que intervienen columnas rectangulares con falla frágil por cortante ensayadas en diversos laboratorios del mundo ante cargas laterales. Para definir estas bases de datos se siguió un procedimiento específico descrito en este capítulo.

El Capítulo 4 muestra resultados del cómputo de resistencia nominal de columnas críticas por cortante, aplicando los diversos métodos revisados a los casos de una de las bases de datos de este estudio.

El Capítulo 5 describe el método que se propone en este estudio para el cómputo de la resistencia nominal a cortante de columnas rectangulares de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante. Este capítulo describe un modelo que permite definir la contribución del concreto a la resistencia a cortante, el cual se basa en resultados existentes en la literatura, de un número importante de ensayos de elementos de concreto simple sometidos a esfuerzos cortantes y axiales, con modo de falla por cortante. Para definir la contribución del acero de refuerzo transversal a la resistencia a cortante se propone un modelo diferente a los existentes en la literatura, en el que interviene barras equivalentes que representan al acero de refuerzo longitudinal en la columna, así como un arco a compresión, y trayectorias de fuerzas en compresión en forma de abanico que equilibran las fuerzas en el refuerzo transversal.

El Capítulo 6 estudia la definición de la curva carga lateral-distorsión de columnas rectangulares de concreto reforzado sometidas a acciones sísmicas. Este capítulo revisa el método que especifica la ASCE 41-17 para la definición de la curva mencionada, y describe el método que propone este estudio.

El Capítulo 7 muestra resultados de la aplicación de dos métodos para obtener curvas carga lateral-distorsión de columnas sometidas a acciones sísmicas que tienen modo de falla frágil por cortante. Estos son el método de la ASCE 41-17 y el propuesto en este estudio, ambos descritos en el Capítulo 6. Para la aplicación de estos métodos se emplea la base de datos de ensayos de 38 columnas definidas en este estudio, una base de datos de 5 columnas adicional a la mencionada, ambas descritas en el Capítulo 3, así como casos hipotéticos de algunas columnas que se pueden considerar representativas de casos de la práctica, para mostrar el efecto de tamaño en la forma de las curvas carga lateral-distorsión de columnas.

El Capítulo 8 muestra las conclusiones obtenidas de este estudio.

2. Métodos existentes para la evaluación de la resistencia de columnas rectangulares con falla frágil por cortante

En la literatura existen varios métodos para el cómputo de la resistencia de columnas rectangulares de concreto reforzado que tiene falla frágil por cortante. En este capítulo se describen y comparan resultados del empleo de once métodos de predicción de resistencia de columnas con modo de falla frágil por cortante propuestos por diversos autores. Para esta comparativa se emplea una base de datos de un número de ensayos de columnas rectangulares de concreto reforzado efectuados en diversos laboratorios del mundo, de este compendio de datos se seleccionó la base de datos final para este estudio, empleando procedimientos que se describen en el Capítulo 3. En lo que sigue se describen estos métodos de predicción de resistencia, los que se presentan en orden cronológico, según su fecha de publicación. Algunos de estos métodos son aplicables para el caso de falla por cortante después de la fluencia, la que se definió anteriormente considerando el estado de deformaciones tanto del refuerzo longitudinal como el del concreto en compresión. Estos casos no se incluyen en este estudio, ya que éste considera solo el caso de columnas con falla por cortante antes que ocurra la fluencia.

2.1. Método de Priestley, Verma y Xiao (1994)

Este método se basa en la superposición del mecanismo de armadura y del mecanismo de puntal diagonal, propuesto simultáneamente por Shohara y Kato (1981), y Minami y Wakabayashi (1981). En la Figura 2.1(a) M_t , N_t , V_t , son el momento, la carga axial, y el cortante, actuantes en el mecanismo de armadura, respectivamente. Los elementos de concreto en la armadura de este mecanismo tienen un ancho determinado, y están en equilibrio con el acero de refuerzo transversal y longitudinal, Figura 2.1 (a). En este mecanismo los elementos de concreto en compresión están orientados con un ángulo de inclinación constante θ respecto del eje de la columna, igual a 45° , Figura 2.1 (a). Ichinose (1992),

y Watanabe e Ichinose (1992), proponen que este ángulo dependa de la resistencia a compresión del concreto, de la cuantía de refuerzo transversal y su resistencia a la fluencia, y que además éste no sea menor que 26° tomando en cuenta lo recomendado por Thürlimann (1979). Como se menciona más adelante, Priestley et al. (1994) emplean para θ el valor 35° .

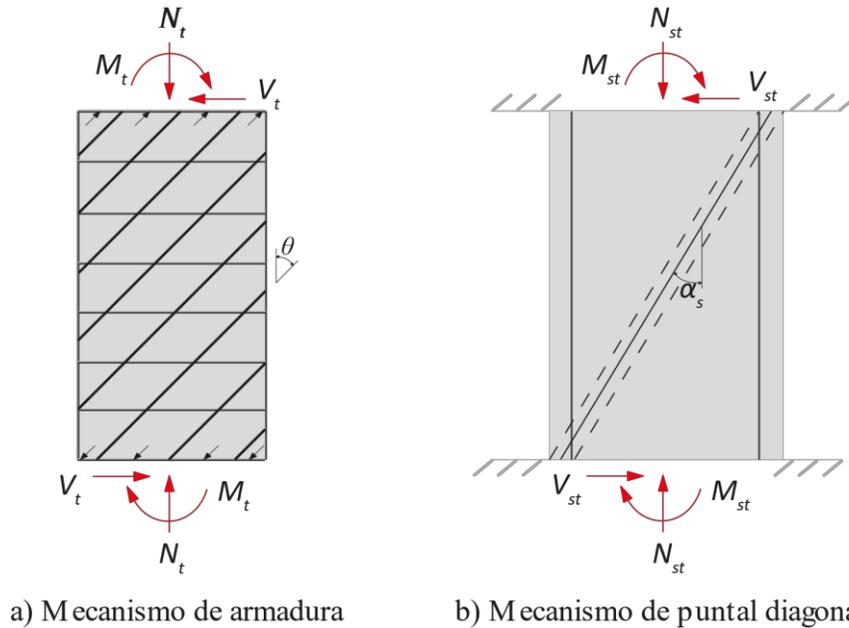


Figura 2.1 Mecanismos que resisten la fuerza cortante en una columna, propuesto por Shohara y Kato (1981) y Minami y Wakabayashi (1981)

La fuerza en compresión en el mecanismo de puntal diagonal, Figura 2.1 (b) se equilibra en la base de la columna con una fuerza en tracción en el refuerzo longitudinal, y una en compresión en la zona del concreto en compresión. En este mecanismo, M_{st} , N_{st} , V_{st} , son el momento, la carga axial, y el cortante, actuantes en el mecanismo de puntal diagonal, respectivamente. La inclinación del puntal diagonal es α_s , Figura 2.1 (b). Los mecanismos de armadura y de puntal diagonal tienen diferente inclinación respecto del eje de la columna, lo que se ignora en la superposición de estos mecanismos, y esto conceptualmente no es congruente.

Priestley et al. (1994) propone un método para el cómputo de la resistencia a cortante en columnas de concreto reforzado que se caracteriza por ser independiente del modo de falla. Para el cómputo de la resistencia nominal a cortante de una columna, V_n , este método emplea los mecanismos de armadura y de puntal diagonal anteriormente descritos, y el valor de V_n es la suma de tres componentes de resistencia, como indica la Ec. (2.1).

$$V_n = V_c + V_s + V_N \quad (2.1)$$

Los términos V_c y V_s en la Ec. (2.1) corresponden a la contribución a la resistencia a cortante dada por el mecanismo de armadura, donde V_n es la fuerza cortante resistente debido a la contribución del concreto, y V_s es la fuerza cortante resistente debido a la contribución del refuerzo transversal, Figura 2.2(a). La fuerza cortante V_N es la contribución a resistencia a cortante del mecanismo de puntal diagonal, que se describe más adelante.

El aporte a la resistencia dado por el concreto, V_c , está dado por

$$V_c = k_d \sqrt{f'_c} A_e \quad (\text{MPa}) \quad (2.2)$$

donde k_d depende de la ductilidad a desplazamiento del elemento y de si la carga aplicada es uniaxial o biaxial. Para cargas uniaxiales, y en el sistema SI, cuando la ductilidad de desplazamiento es menor que dos o mayor que cuatro, k_d es igual a 0.29 y 0.1, respectivamente, y varía linealmente para los valores de ductilidad entre dos y cuatro. Además, A_e es el área de concreto efectiva y se considera igual a $0.8 A_g$ donde A_g es el área bruta de la sección de concreto.

En columnas rectangulares, la contribución a la resistencia a cortante del refuerzo transversal es:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} h'}{s} \cot \theta \quad (2.3)$$

donde A_v es el área del refuerzo transversal en la dirección de la carga lateral, con espaciamiento s , f_{yt} es el valor del esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal, h' es la distancia centro a centro del refuerzo transversal perimetral, para el ángulo θ estos autores proponen el valor 30° . Con este valor, la contribución del acero de refuerzo transversal a la resistencia a cortante es bastante mayor que si considera el valor de 45° , comúnmente empleado por normativas para el cómputo de esta resistencia.

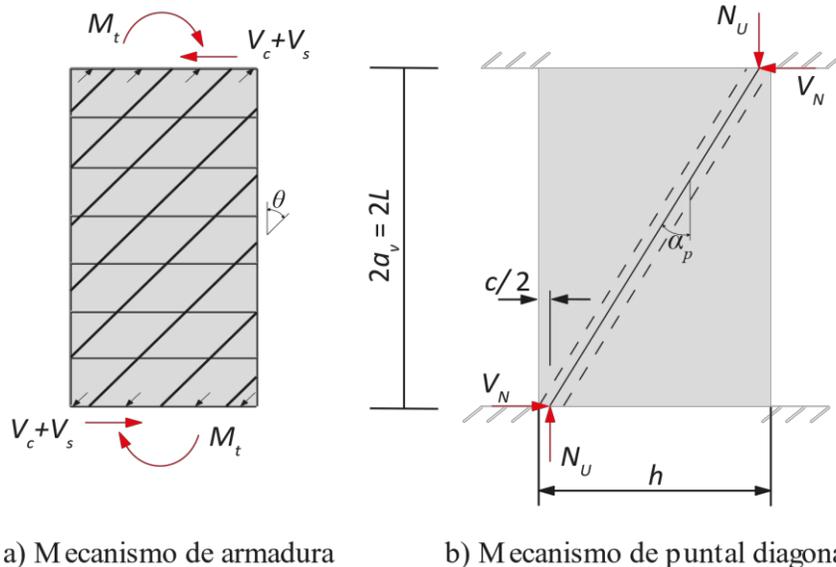


Figura 2.2 Mecanismos que resisten la fuerza cortante, propuesto por Priestley et al. (1994)

En el mecanismo de puntal diagonal, el puntal tiene una inclinación igual a α_p respecto a la vertical, Figura 2.2(b). La componente horizontal de la fuerza en este puntal es la contribución a cortante de este mecanismo, la resistencia nominal de este mecanismo, V_N , está dada por:

$$V_N = N_u \tan \alpha_p = \frac{h-c}{2a_v} N_u \quad (2.4)$$

donde N_u es la carga axial en la columna, definida positiva en compresión, h es el peralte de la sección, a_v es el claro de cortante definido como la distancia de la sección de momento máximo al punto de inflexión de la columna, este momento es igual a $M_t + N_u (h/2)$, Figura 2.2. El parámetro c es la profundidad de la zona a compresión en esta sección. Este método supone que N_u actúa en esta sección, a una distancia igual a $c/2$ medida del extremo más alejado en compresión en la columna, Figura 2.2(b). Una dificultad en este método es que el valor de c se debe encontrar mediante iteraciones, usando análisis de sección momento-curvatura.

2.2. Response 2000 (Bentz 2000)

Response 2000 (Bentz 2000) es un programa de cómputo que permite conocer la respuesta de secciones, de diferentes formas, de elementos de concreto reforzado sujetas a combinaciones de cortante, momento y carga axial. El programa emplea la Teoría del Campo de Compresión Modificado o "MCFT" (*Modified Compression Field Theory*, Vecchio y Collins, 1986), Bentz et al. (2006), por sus siglas en inglés, la que se resume y describe en lo que sigue.

La teoría MCFT permite conocer las relaciones entre esfuerzos axiales y cortantes actuantes en un elemento membrana de concreto con una malla de acero de refuerzo, donde en las direcciones del refuerzo de esta malla se definen los ejes x y y , longitudinal y transversal, respectivamente, Figura 2.3. Las siguientes deformaciones promedio definen la deformada de la membrana, estas son las dos deformaciones normales ε_x y ε_t , y la deformación de cortante γ_{xy} , Figura 2.3. La teoría MCFT toma en cuenta la contribución de los esfuerzos en tracción que actúan en el concreto entre grietas.

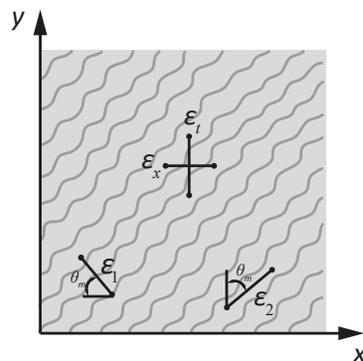


Figura 2.3 Deformaciones promedio en un elemento membrana agrietado

La Figura 2.4(a) muestra una sección de columna en la que actúa la fuerza cortante V . En la resistencia a esta fuerza contribuye un puntal diagonal en compresión, en el que actúa el esfuerzo f_2 , y perpendicular a este puntal actúan esfuerzos en tracción, f_1 , Figura 2.4(b). La inclinación del puntal diagonal con respecto al eje longitudinal de la columna es igual a θ_m , Figura 2.3. La componente horizontal de la fuerza en este puntal se equilibra con la fuerza en tracción N_v , Figura 2.4(b).

Con base en el empleo del círculo de Mohr que muestra la Figura 2.4(c), es posible encontrar una relación entre f_1 y f_2 ,

$$f_2 = (\tan \theta_m + \cot \theta_m) v - f_1 \quad (2.5)$$

donde

$$v = \frac{V}{b_w jd} \quad (2.6)$$

El parámetro jd es la distancia entre la fuerza resultante en tracción y la fuerza resultante en compresión en una sección de una columna sometida a flexión y carga axial, b_w es el ancho de la sección.

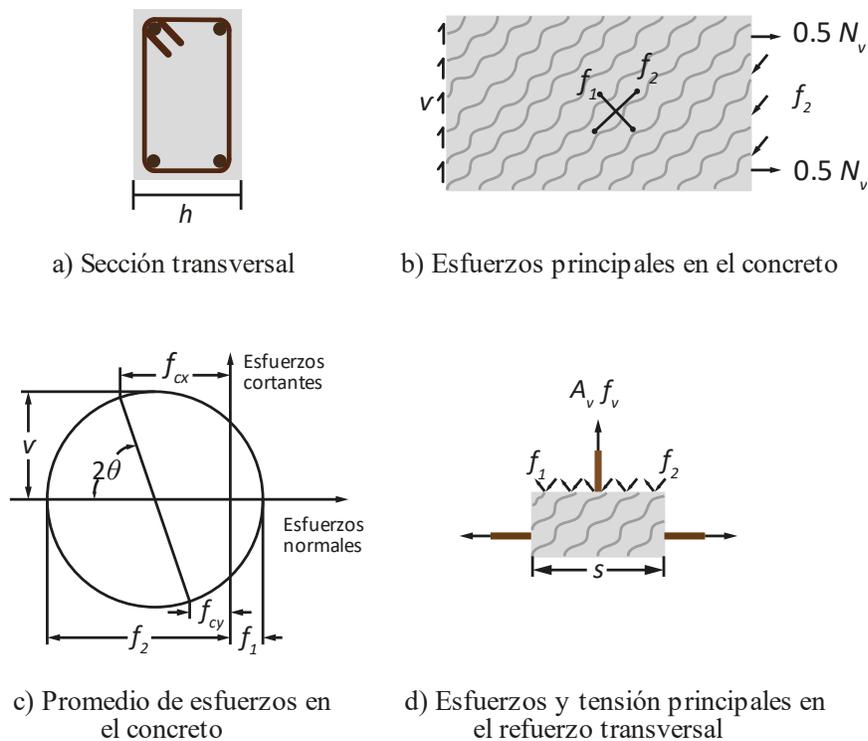


Figura 2.4 Sección transversal de una columna, y esfuerzos principales y promedios que se emplean en la teoría MCFT (Collins y Mitchell, 1991)

Vecchio y Collins (1986) mostraron que f_2 es función no solo de la deformación principal en compresión, ϵ_2 , sino también función de la deformación principal en tracción, ϵ_1 , como muestran las Ecs. (2.7) y (2.8),

$$f_2 = f_{2\max} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c'} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c'} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

donde

$$\frac{f_{2\max}}{f_c'} = \frac{1}{0.8 + 170 \varepsilon_1} \leq 1.0 \quad (2.8)$$

En la teoría MCFT, el esfuerzo principal en tracción, f_1 , es el menor de los valores dados por las Ecs. (2.9) y (2.10),

$$f_1 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_1}} \quad (\text{si } \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr}) \quad (2.9)$$

donde α_1 y α_2 son factores que toman en cuenta características de adherencia del refuerzo, así como características del tipo de cargas aplicadas en el elemento estructural (Collins y Mitchell, 1991). El esfuerzo f_{cr} es la resistencia a tracción directa en el concreto, igual a $f_{cr} = 0.33 \sqrt{f_c'}$ (MPa) (Collins y Mitchell, 1991), y ε_{cr} es la deformación correspondiente a f_{cr} .

$$f_1 = v_{ci} \tan \theta_m + \frac{A_v}{s b_w} (f_{yv} - f_v) \quad (2.10)$$

En la Ec. (2.10) f_v es el esfuerzo promedio en el refuerzo transversal. En la superficie de la grieta inclinada actúa el esfuerzo v_{ci} , que contribuye a la resistencia a cortante en la sección, y su valor depende, entre otros parámetros, del ancho de grieta, w , y es igual a (Vecchio y Collins, 1986; Collins y Mitchell, 1991),

$$v_{ci} = \frac{0.18 \sqrt{f_c'}}{0.3 + \frac{24 w}{a_s + 16}} \quad (\text{MPa, } w \text{ y } a_s \text{ en mm}) \quad (2.11)$$

donde a_s es el valor del tamaño máximo del agregado. En el Capítulo 4 de este trabajo, para evaluar el caso de Response 2000 se considera que el tamaño del agregado es 19 mm. El ancho de grieta w se define como el producto de la deformación principal, ε_1 , y el espaciamiento promedio de las grietas diagonales, $s_{m\theta}$,

$$w = \varepsilon_1 s_{m\theta} \quad (2.12)$$

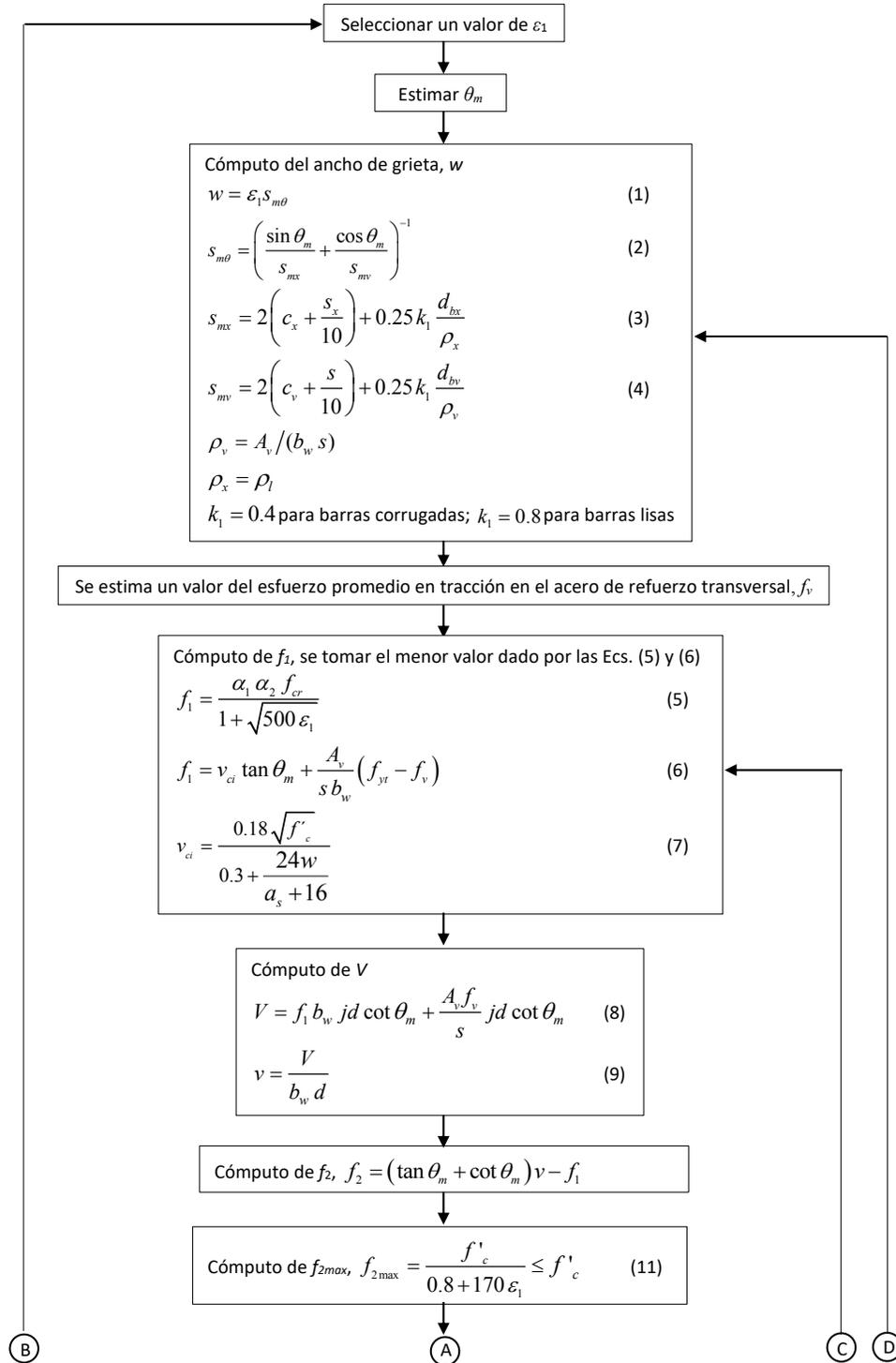
donde $s_{m\theta}$ es función del ángulo θ_m , y de s_{mx} y s_{my} , que en el elemento estructural son los espaciamientos de grietas en la dirección longitudinal, y en la dirección transversal, respectivamente. Las expresiones para s_{mx} y s_{my} se pueden encontrar en Vecchio y Collins, (1986), y Collins y Mitchell (1991), y se resumen en el diagrama de flujo de la Figura 2.5 que se comenta más adelante.

De consideraciones de equilibrio empleando los esfuerzos diagonales en compresión, f_2 , esfuerzos diagonales en tracción, f_1 , y de tracción en el refuerzo transversal, $A_v f_v$, Figura 2.(d), se obtiene,

$$V = f_1 b_w jd \cot \theta_m + \frac{A_v f_v}{s} jd \cot \theta_m \quad (2.13)$$

Es de interés que la Ec. (2.13) tiene la misma forma que la ecuación del ACI 318, que emplea la sumatoria V_c+V_s .

La Figura 2.5 muestra el diagrama de flujo que ilustra el método del programa Response 2000 (Bentz, 2000) para el cómputo de la resistencia a cortante de una columna de concreto reforzado.



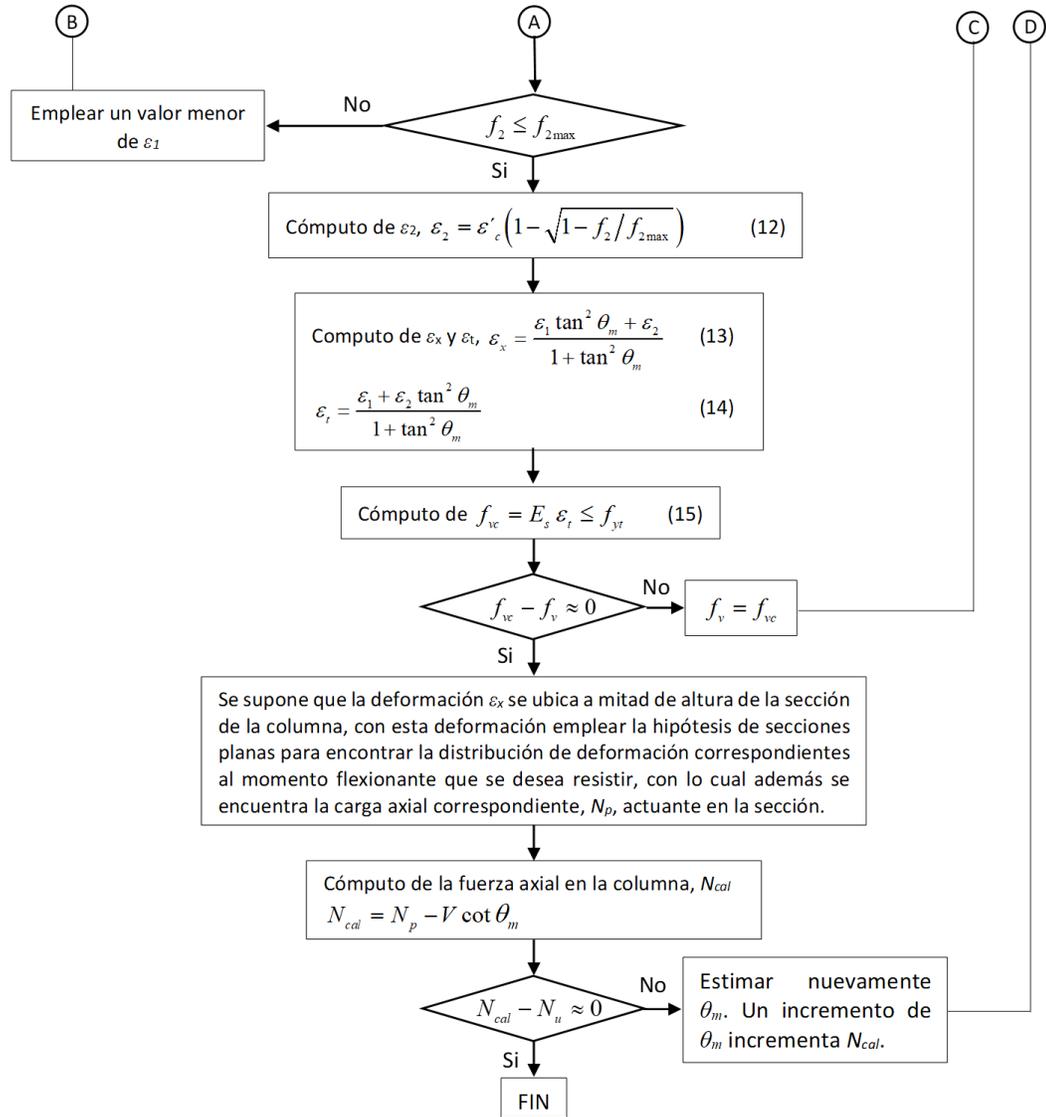


Figura 2.5 Diagrama de flujo del procedimiento planteado en el MCFT para la predicción de la resistencia a cortante (Adaptado de Collins y Mitchell, 1991)

Para una lectura amigable de este método, se muestran las ecuaciones que emplea, algunas ya comentadas en esta parte del trabajo, y flujo otras nuevas expresiones con el fin de aclarar los pasos que se siguen. Como indica el diagrama de, con la deformación calculada ε_x , Figura 2.3, para resistir la fuerza cortante V deseada, y para el ángulo supuesto θ_m , se considera la hipótesis que esta deformación actúa a mitad del peralte de la sección de columna. Con esta deformación se emplea la hipótesis de secciones planas para encontrar el perfil de deformaciones correspondiente al momento flexionante que se desea resistir en la sección de la columna en análisis, a continuación, se encuentra el valor correspondiente de la carga axial N_p actuante en esta sección. Como indica el diagrama de

flujo, con esta carga axial se revisa si se obtiene la carga axial requerida de diseño, N_u , lo que termina el proceso de cómputo de análisis de la sección, caso contrario se modifica el valor de θ_m , y se empieza una nueva iteración, como indica el diagrama de flujo de la Figura 2.5.

2.3. Método de Priestley, Calvi y Kowalsky (2007)

Kowalsky y Priestley (2000) modificaron el método propuesto por Priestley et al. (1994) para aplicarlo al caso de columnas circulares, y Priestley et al. (2007) extendieron su empleo al caso de columnas rectangulares. Como en el método de Priestley et al. (1994), la resistencia nominal a cortante es la suma de tres componentes de resistencia, como indica la Ec. (2.1), en la que la contribución del concreto a la resistencia a cortante, V_c , y la contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante, V_s , tienen modificaciones respecto al método de Priestley et al. (1994). La resistencia V_c es:

$$V_c = \alpha \beta (0.29 \sqrt{f'_{ce}}) A_e \quad (\text{MPa}) \quad (2.14)$$

donde $1 \leq \alpha = 3 - \frac{a_v}{h} \leq 1.5$, $\beta = 0.5 + 20\rho_l \leq 1$ y f'_{ce} es la resistencia a compresión esperada del concreto.

La contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante, V_s , es

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (h - c - c_o)}{s} \cot \theta \quad (2.15)$$

donde $\theta = 30^\circ$, c es la profundidad del eje neutro, c_o es el recubrimiento al centro de los estribos cerrados perimetrales, y ρ_l es la relación entre el área total de refuerzo longitudinal y el área bruta de la sección.

2.4. Método de Pan y Li (2013)

Pan y Li (2013) proponen un método que pertenece a la familia de la superposición del mecanismo de armadura y del mecanismo de puntal diagonal, mencionados en este capítulo. A diferencia del mecanismo de armadura anteriormente comentados, donde la inclinación de las grietas diagonales es constante, Pan y Li (2013) consideran grietas diagonales con inclinación variable, y para un mecanismo de armadura con claro de cortante que cumple la condición $a_v > d_v \cot \theta$, estos autores aproximan esta inclinación al de una sección crítica, obtenida minimizando el trabajo externo causado por un cortante unitario, Figura 2.6.

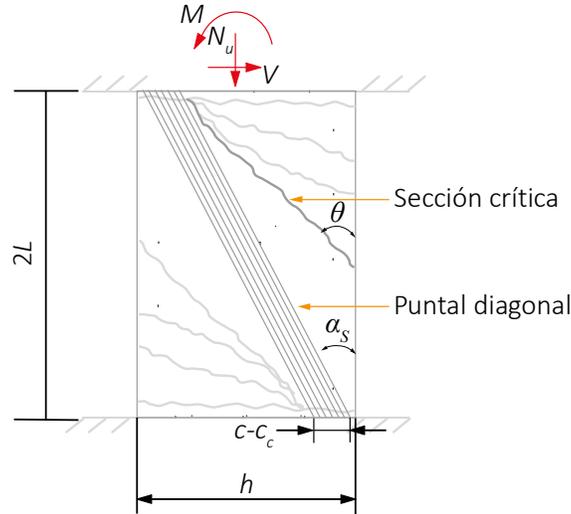


Figura 2.6 Superposición de mecanismos que resisten la fuerza cortante, propuesto por Pan y Li (2013)

2.4.1. Mecanismo de armadura

La resistencia nominal a cortante está dada por la Ec. (2.1), la que considera la suma de la contribución de las tres componentes que intervienen en esta Ecuación, V_c , V_s y V_N .

La contribución del refuerzo transversal, V_s , está dada por la Ec. (2.3), donde h' se reemplaza por d_v , definido como el peralte efectivo de cortante tomado como el brazo de palanca de flexión, y no debe ser menor que $0.9d$. En la Ec. (2.3), el ángulo de la grieta crítica, θ , Figura 2.6, está dado por:

$$\theta = \arctan \left(\frac{n \rho_v + \zeta_2 \frac{\rho_v b_w d_v}{\rho_v A_g}}{1 + n \rho_v} \right)^{1/4} \quad (2.16)$$

donde $n = E_s/E_c$, E_s y E_c son el módulo de elasticidad del acero de refuerzo y del concreto respectivamente. El parámetro ζ_2 es igual a 0.57 y 1.57 para columnas con doble empotramiento y columnas en voladizo, respectivamente.

La contribución del concreto, V_c , en el mecanismo de armadura está dado por;

$$V_c = \beta b_w d_v \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad (2.17)$$

donde β se expresa como (Bentz et al., 2006)

$$\beta = \frac{0.40}{1 + 1500 \varepsilon_{xm}} \frac{1300}{1000 + s_{ze}} \quad (2.18)$$

donde s_{ze} es el espaciamiento efectivo de las grietas. ε_{xm} es la deformación longitudinal en la mitad del peralte de la sección transversal, y se expresa en función de $V_c + V_s$, N_u , θ , E_s y A_s (área de refuerzo longitudinal en tracción):

$$\varepsilon_{xm} = \frac{\frac{(V_c + V_s)2L}{\zeta_1 d_v} - 0.5N_u + 0.5(V_c + V_s) \cot \theta}{2E_s A_s} \quad (2.19)$$

donde ζ_l es un factor que considera la condición de frontera de la columna, es igual a 2 para columnas con un grado de empotramiento en sus extremos, e igual a 1 para columnas en volado. Para fines de este trabajo, A_s se considera igual a $3/8 A_{st}$, como muestran Restrepo y Rodríguez (2013) para el caso de columnas rectangulares con refuerzo longitudinal distribuido en el perímetro.

Combinando las Ecs. (2.3), y (2.17) a (2.19) se obtiene una ecuación en segundo grado para V_c (Pan y Li, 2013) cuya solución está dada por:

$$V_c = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (2.20)$$

donde

$$A = \frac{750}{E_s A_s} \left(1 + \frac{2L}{\zeta_1 d_v} \right) \quad (2.21)$$

$$B = \frac{750 V_s}{E_s A_s} \left(1 + \frac{2L}{\zeta_1 d_v} \right) - \frac{375 N_u}{E_s A_s} + 1 \quad (2.22)$$

$$C = \frac{-520 \sqrt{f'_c} b_w d_v}{1000 + s_{ze}} \quad (2.23)$$

2.4.2. Mecanismo de puntal diagonal

A diferencia de lo demás métodos pertenecientes a la familia de la superposición del mecanismo de armadura y del mecanismo de puntal diagonal, este método no presenta incompatibilidad entre estos dos mecanismos, lo que lo hace más claro conceptualmente.

Para definir la contribución de la carga axial, V_N , Pan y Li (2013) igualan la deformación a cortante dado por el modelo de armadura y puntal diagonal:

$$\frac{V_c + V_s}{K_t} = \frac{V_N}{K_a} \quad (2.24)$$

donde K_a y K_t son la rigidez a cortante del puntal diagonal y del mecanismo de armadura, respectivamente. Se define la fuerza cortante $V_t = V_c + V_s$, y γ_t es la rotación a cortante causado por esta fuerza, Pan y Li (2013) consideran que la rigidez a cortante del mecanismo de armadura es

El desplazamiento lateral de la columna debido al alargamiento del refuerzo transversal, δ_s , en el mecanismo de armadura se obtiene con el siguiente procedimiento.

$$\delta_s = \frac{f_{st}}{E_s} d_v = \frac{V_t d_v}{E_s A_v} = \frac{V_t}{E_c b_w \rho_v \cot \theta} \quad (2.30)$$

donde f_{st} es el esfuerzo en el refuerzo transversal.

Reemplazando las Ecs. (2.29) y (2.30) en la Ec. (2.26) se obtiene:

$$K_t = \frac{n \rho_v E_c b_w d_v \cot^2 \theta}{1 + n \rho_v \csc^4 \theta} \quad (2.31)$$

El ancho del puntal diagonal se considera igual a $c_a \cos \alpha_s$, donde c_a es igual a $c - c_c$, y c es la profundidad de la zona en compresión del puntal, Figura 2.6. La deformación en compresión en el puntal diagonal debido al cortante V_N , ϵ_a , es igual a

$$\epsilon_a = \frac{V_N}{E_c b_w c_a \sen \alpha_s \cos \alpha_s} \quad (2.32)$$

El desplazamiento lateral de la columna causado en el puntal diagonal debido a la acción de la fuerza cortante V_N , δ_a , es

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{\sen \alpha_s} = \frac{V_N 2L}{E_c b_w c_a \sen^2 \alpha_s \cos^2 \alpha_s} \quad (2.33)$$

La rigidez a cortante del puntal diagonal es igual a

$$K_a = \frac{V_N}{\gamma_a} = \frac{V_N}{\delta_a / (2L)} = E_c b_w c_a \sen^2 \alpha_s \cos^2 \alpha_s \quad (2.34)$$

Las rigideces K_t y K_a están definidas por las Ecs. (2.31) y (2.34), respectivamente. De la Ec. (2.24), la contribución de V_N está dada por:

$$V_N = (V_c + V_s) \frac{K_a}{K_t} \quad (2.35)$$

2.5. Método ASCE 41-13 (2014)

La ASCE 41-13 (2014) es en Estados Unidos de América una referencia para la evaluación sísmica y reforzamiento de edificios existentes. El método que emplea esta referencia para el cómputo de la resistencia a cortante en columnas de concreto reforzado se basa en el método de Sezen y Moehle (2004), en el cual la resistencia nominal a cortante es la suma de la contribución del concreto y del refuerzo transversal,

$$V_n = k_s (V_s + V_c) \quad (2.36)$$

donde k_s es un factor que afecta a la resistencia a cortante, que disminuye con la ductilidad de desplazamiento de la columna, y es igual a 1 en columnas que fallan por cortante. En general, k_s es igual a 1 para ductilidades menores o iguales a 2, e igual a 0.7 para ductilidades mayores o iguales a 6, para valores intermedios de ductilidad k_s varía linealmente. Este trabajo estudia columnas con fallan frágil por cortante, las cuales no desarrollan ductilidades mayores que 2, por este motivo el factor k_s se toma igual a 1.

El cómputo de la contribución del concreto a la resistencia a cortante en el método de Sezen y Moehle (2004) se basa en el empleo de un modelo donde la sección crítica se ubica a mitad de altura de una columna doblemente empotrada, y el modo de falla es por tracción diagonal. Este modelo emplea la hipótesis de que este modo de falla se debe a esfuerzos principales de tracción, σ_1 , en la sección crítica de la columna, si esta sección se ubica en el plano x - y , σ_1 se define como.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (2.37)$$

donde σ_x y σ_y son los esfuerzos normales en las direcciones x y y , respectivamente, se consideran positivos en tracción, y τ es el esfuerzo cortante actuante en las caras. Debido a que σ_x corresponde a la dirección transversal de la columna, se considera que su valor es igual a 0, mientras σ_y es el esfuerzo en la dirección del eje longitudinal de la columna, lo que lleva a $\sigma_y = -N_u/A_g$, donde N_u es positivo en compresión y se considera igual a cero en tracción. Con estas definiciones, de la Ec (2.37) se obtiene τ ,

$$\tau = \sigma_1 \sqrt{1 + \frac{N_u}{\sigma_1 A_g}} \quad (2.38)$$

Sezen y Moehle (2004) admiten la hipótesis de que σ_1 es igual a la resistencia a tracción directa del concreto, de donde se tiene $\sigma_1 = 0.5\sqrt{f'_c}$ (MPa), lo que es razonable en concretos de peso normal de acuerdo con Gopalaratnam y Shah (1985) y Zheng et al. (2001). Reemplazando en la Ec. (2.38) este valor de σ_1 , el esfuerzo cortante τ es,

$$\tau = 0.5 \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.5 \sqrt{f'_c} A_g}} \quad (\text{MPa}) \quad (2.39)$$

La contribución del concreto a la fuerza resistente a cortante, V_c , es igual al producto de τ dado por la Ec. (2.38), y un área efectiva del concreto que estos autores consideran igual $0.8A_g$. Además, se considera que cuando aumenta la relación a_v/d_e la resistencia a cortante V_c disminuye, como lo recomienda el Comité 426 del ASCE-ACI (1973),

$$V_c = \left[0.5 \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.5 \sqrt{f'_c} A_g}} \right] \frac{0.8A_g}{a_v/d_e} \quad (\text{MPa}) \quad (2.40)$$

donde $a_v/d_e \in [2, 4]$, y $k_s = 1.0$ en columnas que falla por cortante. De acuerdo con Sezen y Moehle (2004), el peralte d_e es la distancia entre la fibra extrema en compresión y la resultante de la fuerza de

tracción. Para la ASCE 41-13, $d_e = 0.8h$. Esta es la única diferencia existente entre el método propuesto por Sezen y Moehle (2004) y el método de la ASCE 41-13.

La contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante, V_s , está dada por el tradicional mecanismo de armadura a 45 grados.

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d_e}{s} \quad (2.41)$$

2.6. Método de Pujol, Hanai, Ichinose y Sozen (2016)

Pujol et al. (2016) definen la resistencia de cortante de columnas de concreto reforzado mediante un criterio de falla que emplea la teoría de Mohr-Coulomb acotado (Paul, 1961). La resistencia nominal a cortante de una sección de columna, V_n , está definida por el producto del esfuerzo cortante nominal, τ_n , y el área A_{cc} ,

$$V_n = \tau_n A_{cc} \quad (2.42)$$

donde A_{cc} es el área del núcleo de concreto dentro del perímetro a centro de los estribos cerrados.

El esfuerzo cortante τ_n es el menor valor de los esfuerzos τ_1 y τ_2 calculados con el Límite 1 y Límite 2, respectivamente, del criterio de falla de Mohr-Coulomb acotado, Figura 2.8. Estos esfuerzos se definen en las siguientes expresiones, que se obtienen empleando el círculo de Mohr considerando el confinamiento del concreto que se comenta en lo que sigue. La forma general de τ_1 es,

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\left[f'_{ceff} + \frac{k_c - 1}{k_c + 1} (\sigma_a + \sigma_t - f'_{ceff}) + (\sigma_a - \sigma_t) \right] \left[f'_{ceff} + \frac{k_c - 1}{k_c + 1} (\sigma_a + \sigma_t - f'_{ceff}) - (\sigma_a - \sigma_t) \right]} \quad (2.43)$$

y para τ_2 , Pujol et al. (2016) proponen:

$$\tau_2 = \sqrt{(\sigma_a + f_{te})(\sigma_t + f_{te})} \quad (2.44)$$

donde f'_{ceff} es el esfuerzo de compresión efectivo del concreto definido por estos investigadores como $2/3 f'_c$, basados en el trabajo de la plasticidad del concreto de Nielsen (1998), k_c es un coeficiente del confinamiento del concreto. Pujol et al. (2016) usan $k_c = 4$ como una simplificación de $k_c = 4.1$ propuesto por Richart et al. (1929). Se puede mostrar que reemplazando $k_c = 4$ en la Ec. (2.43) se obtiene la expresión para el Límite 1 propuesto por Pujol et al. (2016),

$$\tau_1 = \frac{1}{5} \sqrt{\left(\frac{2}{3} f'_c + 4\sigma_a - \sigma_t \right) \left(\frac{2}{3} f'_c - \sigma_a + 4\sigma_t \right)} \quad (2.45)$$

Empleando $k_c=4$ permite definir los parámetros de cohesión y fricción, en el criterio de falla de Mohr-Coulomb, k_1 y k_2 , respectivamente, y se tiene, $k_2 = 3/4$ and $k_1 = 1/4$, Figura 2.8. En el Apéndice A se muestra el procedimiento para encontrar estos valores de k_1 y k_2 .

Para el Límite 2, se considera que la resistencia a tracción efectiva del concreto, f_{te} , (en una sección que no tiene curvatura) es igual a $0.083\sqrt{f'_c}$ (MPa).

En las Ecs. (2.44) y (2.45), el esfuerzo normal promedio debido al refuerzo transversal, σ_t , es,

$$\sigma_t = p_{we} f_{yt} \tag{2.46}$$

donde $p_{we} = A_v / (b_c s)$, y b_c es la dimensión del ancho de la sección del núcleo confinado de una columna, medida a cara exterior del refuerzo transversal.

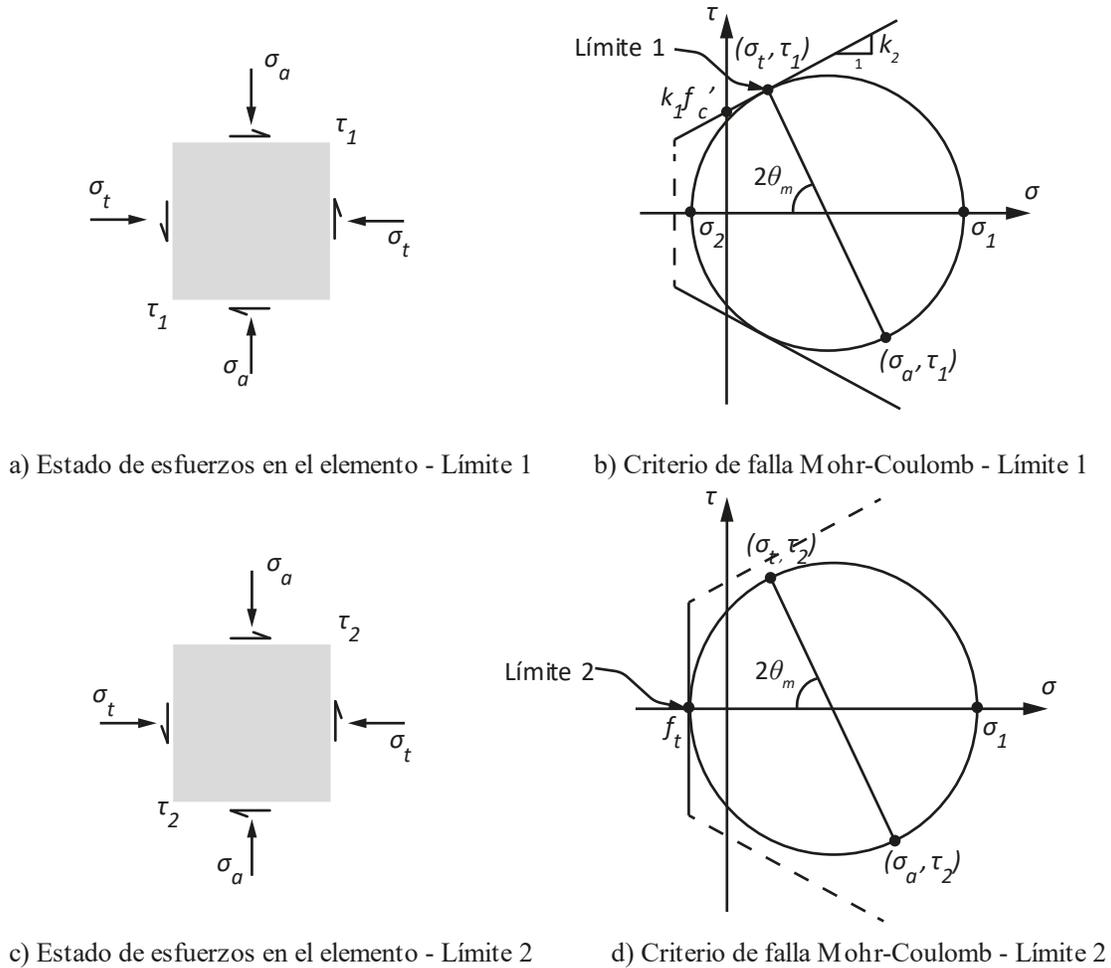


Figura 2.8 Límites para el criterio de falla Mohr-Coulomb

El esfuerzo promedio axial, σ_a , está dado por:

$$\sigma_a = \frac{N_u + T_e}{A_{cc}} \tag{2.47}$$

A diferencia de la hipótesis empleada de considerar una sección sin curvatura para definir la resistencia efectiva a tracción del concreto, estos autores efectúan análisis de sección considerando curvatura para el cómputo de la resultante de fuerzas de tracción en la sección, T_e , con lo cual proponen,

$$T_e = \frac{1}{4} A_{st} f_y \left(1 - \frac{N_u}{0.3 f'_c A_g} \right) \quad (2.48)$$

donde A_{st} es el área total de refuerzo longitudinal de la sección transversal.

2.7. Método de las NTC Concreto (2017)

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, NTC Concreto (2017), especifican requisitos para el diseño y construcción de estructuras de concreto en la Ciudad de México; sin embargo, también se emplean para la evaluación de estructuras existentes, razón por la que se incluye en este estudio.

El método de las NTC Concreto 2017 emplea dos expresiones para el cómputo de la resistencia nominal a cortante. En una de ellas es necesario conocer los elementos mecánicos que resultan del análisis estructural, los que pueden tener varios valores de diseño debido a las diversas combinaciones de acciones requeridas en el análisis. Por ello, se requieren diversas parejas de valores de fuerza axial, N_u , y momento flexionante, M_u . Este método en realidad no se emplea en la práctica en México.

En el método de la NTC Concreto 2017 que aquí se evalúa, la resistencia nominal a cortante de una columna rectangular de concreto reforzado es,

$$V_n = V_c + V_s \quad (2.49)$$

La contribución del concreto a la resistencia a cortante, V_c , en este método depende del nivel de carga axial actuante en la columna, N_u , un primer caso es cuando N_u satisface la Ec. (2.50).

$$N_u < 0.7 f'_c A_g + 200 A_{st} \quad (\text{MPa}) \quad (2.50)$$

Existe en el método un segundo caso, cuando N_u es mayor que el límite dado por la Ec. (2.50), este caso no se emplea en este estudio porque los valores de carga axial de todas las columnas de la base de datos no superan el referido límite. Para los casos que cumplen el límite de la Ec. (2.50), el valor de V_c está dado por:

a) Si $p < 0.015$

$$V_c = 0.3(0.2 + 20p) \left(1 + 0.07 \frac{N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{MPa}) \quad (2.51)$$

b) Si $p \geq 0.015$

$$V_c = 0.16(1 + 0.07 \frac{N_u}{A_g}) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{MPa}) \quad (2.52)$$

donde p es la relación entre A_s , área del refuerzo longitudinal en tracción y A_g . Para secciones rectangulares, la NTC Concreto (2017) define A_s como el área de las barras de la capa más próxima a la cara de tensión. De la definición de d , de las NTC Concreto 2017, se infiere que es igual a la distancia entre el centroide de estas barras y la fibra extrema en compresión. La contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante, V_s , se basa en el empleo del valor convencional de θ igual a 45° .

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (2.53)$$

La predicción de resistencia a cortante de columnas de concreto reforzado especificada por las NTC Concreto 2017, tiene algunas características semejantes a las existentes en el método propuesto por el Comité ASCE-ACI 426 (ASCE-ACI 426, 1973) para la predicción de la resistencia a cortante de columnas de concreto reforzado. En el método de la NTC Concreto 2017 no se especifican valores de a_v/h relacionados con la aplicación del método.

2.8. Métodos ASCE 41-17 (2017) y Nueva Zelanda (2018)

Las expresiones para el cómputo de la resistencia a cortante en columnas en la ASCE 41-17 (2017) y en la Guía de Evaluación Sísmica de Nueva Zelanda (MBIE, 2018) se basan en el método propuesto por Sezen y Moehle (2004), con algunas modificaciones. Estas expresiones emplean resistencias esperadas, en este estudio se evalúan diversos métodos de predicción de resistencia a cortante empleando resultados experimentales de columnas, para las cuales se tienen las propiedades mecánicas medidas del concreto y del acero, en este trabajo estos valores se considera que son las resistencias esperadas. La expresión para el esfuerzo cortante nominal, V_n , del método de la ASCE 41-17 (2017) y MBIE (2018), es:

$$V_n = k_{nl} \left[\alpha_{Col} \left(\frac{A_v f_y d_e}{s} \right) + \left(\frac{0.5 \sqrt{f'_c}}{a_v/d_e} \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.5 A_g \sqrt{f'_c}}} \right) 0.8 A_g \right] \quad (\text{MPa}) \quad (2.54)$$

Debido a que la Ec. (2.54) es similar a la dada en el método del ACE 41-13 (2014), la mayoría de las variables han sido ya definidas. Una de las modificaciones hechas al modelo de Sezen y Moehle (2004) es el empleo del parámetro α_{Col} , el cual evalúa la efectividad del refuerzo transversal en la resistencia a cortante: $\alpha_{Col} = 1.0$ para $s/d_e \leq 0.75$, $\alpha_{Col} = 0.0$ para $s/d_e \geq 1.0$, y α_{Col} varía linealmente para s/d_e entre 0.75 y 1.0. El parámetro k_{nl} en la Ec (2.54) es el parámetro k_s en la ASCE 41-13, en este estudio este parámetro se considera igual a 1 tomando en cuenta que las columnas con fallan frágil por cortante no desarrollan ductilidades mayores a 2.

2.9. Método de Hua, Eberhard, Lowes y Gu (2019)

El método de Hua et al. (2019) considera que tres mecanismos contribuyen a la resistencia a cortante: (1) mecanismo de armadura $V_{armadura}$, (2) mecanismo de tracción diagonal $V_{tensión-diag}$, y (3) mecanismo de puntal de compresión $V_{puntal-compresión}$. La resistencia nominal a cortante para este método es igual al valor mayor de las resistencias dadas por los tres mecanismos,

$$V_n = \max(V_{armadura}, V_{tensión-diag}, V_{puntal-compresión}) \quad (2.55)$$

Las expresiones para determinar la contribución a la resistencia a cortante del mecanismo de armadura son:

$$\text{Si } V_s \geq 0.1V_{tensión-diag},$$

$$V_{armadura} = \min \left\{ \begin{array}{l} V_{armadura-tensión} = k_s (V_c + V_s) = k_s \left[\left(\frac{f_{cr}}{a_v/d} \sqrt{1 + \frac{N_u}{f_{ct} A_g}} \right) \alpha_1 A_g + \alpha_2 A_v f_{yt} d/s \right] \text{ (MPa)} \\ V_{armadura-compresión} = k_s \zeta f'_c A_g \alpha_3 \end{array} \right.$$

$$\text{y Si } V_s < 0.1V_{armadura-tensión},$$

$$V_{armadura} = 0$$

En las expresiones anteriores, $f_{cr} = 0.5\sqrt{f'_c}$ (MPa) $\alpha_1 = 1.0$, $\alpha_2 = 0.9$, $\alpha_3 = 0.3$, $\zeta = 3.35/\sqrt{f'_c}$ (MPa) ≤ 0.52 es el coeficiente de reducción de resistencia en compresión del concreto agrietado, y se considera $k_s = 1$ en columnas que fallan por cortante. Además, en este método d se define como la distancia entre la fibra extrema en compresión y el refuerzo longitudinal en tensión más alejado; y V_s se define como $\alpha_2 A_v f_{yt} d/s$

La fuerza cortante que resiste el mecanismo de tensión diagonal, $V_{tensión-diag}$, es,

$$V_{tensión-diag} = k_s V_c = k_s \left(\frac{f_{cr}}{a_v/d} \sqrt{1 + \frac{N_u}{f_{ct} A_g}} \right) \alpha_1 A_g \text{ (MPa)} \quad (2.56)$$

La fuerza cortante que resiste el mecanismo de puntal-compresión, $V_{puntal-compresión}$, es,

$$V_{puntal-compresión} = \alpha_4 k_s K_1 \zeta f'_c kd b_w \cos \theta_{str} \quad (2.57)$$

donde $\alpha_4 = 1.2$, y kd es la profundidad de la zona de compresión de flexión de una columna con respuesta elástica, y se calcula como,

$$kd = \left(0.25 + 0.85 N_u / (A_g f'_c) \right) h \quad (2.58)$$

En la Ec. (2.57), K_l está dada por,

$$K_l = 1 + 0.9 \frac{F_{yh}}{\zeta f'_c A_{str}} \leq 1.67 \quad (2.59)$$

donde $A_{str} = kd b_w$, y F_{yh} es la fuerza de fluencia de los estribos horizontales y está dado por,

$$F_{yh} = 0.75 \left(\frac{a_v - 0.25h}{a_v} \right) \left(\sum_{i=1}^{n_t} A_v^i f_{yt} \right) \quad (2.60)$$

dónde n_t es el número total de estribos en la longitud a_v .

El ángulo θ_{str} en la Ec. (2.57) está dado por,

$$\theta_{str} = \tan^{-1} \left(\frac{l_u}{h - 2kd/3} \right) \quad (2.61)$$

donde l_u es la longitud de columna en un entrepiso.

Considerando los dos mecanismos de puntal definidos por Hua et al. (2019), se puede demostrar que $V_{armadura}$ es siempre mayor que $V_{tensión-diag}$. Por lo tanto, en este método, la resistencia cortante de una columna se toma como el máximo de (1) el cortante resistido por el mecanismo de puntal $V_{armadura}$ y (2) el cortante resistido por un mecanismo de tensor-compresión, $V_{puntal-compresión}$.

2.10. Métodos A y B del ACI 318-19 (2019)

El ACI 318-19 (2019) en realidad es aplicable a edificaciones nuevas; sin embargo, como en el caso de las NTC Concreto (2017), y en varios lugares del mundo, se emplea para evaluar edificaciones existentes, motivo por el que se incluye en este estudio.

En este método, la resistencia nominal a cortante de una columna no presforzada, está dada por,

$$V_n = V_c + V_s \quad (2.62)$$

En los casos de columnas que cumplen $A_v \geq A_{v,min}$, el término V_c en la Ec. (2.62) se calcula de dos formas, que aquí se denominan Método A, Ec. (2.63), Método B, Ec. (2.64),

$$V_c = \left[0.17 \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d \quad (\text{MPa}) \quad (2.63)$$

$$V_c = \left[0.66 (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d \quad (\text{MPa}) \quad (2.64)$$

donde $\rho_w = A_s / (b_w d)$.

En las Ecs. (2.63) y (2.64), el esfuerzo axial, $N_u / (6A_g)$ no debe ser mayor que $0.05f'_c$ (MPa), y V_c debe cumplir,

$$V_c \leq 0.42 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{MPa}) \quad (2.65)$$

La contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante, V_s , está dada por:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (2.66)$$

donde la profundidad d para este método se define como la distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tracción. Dado que el ACI 318-19 no da una expresión explícita para d , para la evaluación de los métodos del ACI 318-19 se emplea la Ec. (2.67), propuesta por Guerrini y Restrepo (2018) para el caso de columnas rectangulares con refuerzo longitudinal distribuido en el perímetro.

$$d = \left[0.65 \left(0.76 \frac{N_u}{A_g f'_c} + 0.28 \right) + \frac{1}{2} \right] h \quad (2.67)$$

3. Base de datos de ensaye de columnas con modo de falla frágil por cortante que se emplea en este estudio

En este estudio se emplea una base de datos de resultados de ensayos de columnas ante cargas laterales del tipo cíclico reversible y con carga axial constante, llevados a cabo en diversos laboratorios del mundo. Se describe cómo se seleccionó esta base de datos, compuesta de 38 columnas rectangulares y cuadradas. La información de las características de las columnas de esta base de datos se puede encontrar en Ramírez y Jirsa (1980), Nakamura y Yoshimura (2002), Kuramoto y Minami (1992), Kabeyasawa et al. (2002), Tran (2010), Nakamura y Yoshimura (2014), Ou y Kurniawan (2015), Ghannoum et al. (2015), Li et al. (2019), y Huy et al. (2022).

La base de datos con la que se empezó, para la selección de la base de datos de columnas con falla frágil por cortante, constó de 406 columnas, donde 326 columnas forman parte de la base de datos de NEES-ACI 369 (Ghannoum et al., 2015) y 80 columnas forman parte de la base de datos obtenidos de la literatura por los autores para este estudio.

De esta base de datos inicial, se eliminaron 129 columnas debido a que la resistencia medida a compresión del concreto es menor que 15 MPa ó con valor del peralte de columna h menor que 300 mm. Este límite de la resistencia a compresión del concreto se debe a que en la construcción de columnas de puentes o edificios no se emplean concretos con resistencia del concreto en compresión menores que 15 MPa. El criterio de considerar columnas con valores de h mayores o iguales a 300 mm es para tener en cuenta los posibles efectos de tamaño (Yu y Bažant, 2011).

De las 277 columnas que quedaron con la clasificación anterior se eliminaron 179, debido a que la información de ellas, necesaria para el estudio, no es completa o clara. Parte de este grupo de columnas descartadas se debe también a que tienen carga axial variable, carga lateral monotónica o biaxial. Las columnas con configuración en voladizo o doble voladizo se eliminan en este paso, ya que este estudio considera sólo columnas con doble curvatura Figura 3.1.

Después del paso anterior quedan 98 columnas, de las que se clasifican aquellas con modo de falla de flexión, para lo cual se considera que una columna tiene este modo de falla cuando se cumple la relación $V_{eff}/V_{cd} > 0.86$. En esta relación V_{eff} es la carga lateral máxima alcanzada en el ensaye de una

columna considerando el efecto $N_u-\Delta$. La carga lateral V_{cd} se define como $V_{cd}=M_{cd}/L$, donde M_{cd} es el momento creíble resistente obtenido con propiedades mecánicas medidas del concreto y del acero. Restrepo y Rodríguez (2013) estudiaron un grupo de columnas con modo de falla en flexión, con resistencia medida, M_{test} , y encontraron que se puede considerar que el cociente M_{test}/M_{cd} tiene una distribución normal, donde para la base de datos empleada por estos autores, los valores del promedio, el coeficiente de variación y la desviación estándar son 0.998, 0.068 y 0.068, respectivamente. El valor $0.86V_{cd}$ empleado para clasificar las columnas en flexión, es igual al valor promedio menos dos veces la desviación estándar de la relación M_{test}/M_{cd} para la base de datos empleada por Restrepo y Rodríguez, esta característica y la hipótesis de distribución normal implica que existe una probabilidad muy pequeña que columnas con resistencias menores que $0.86V_{cd}$ fallen por flexión. Con este criterio de clasificación se determina que, del referido grupo de 98 columnas, 28 columnas fallan por flexión.

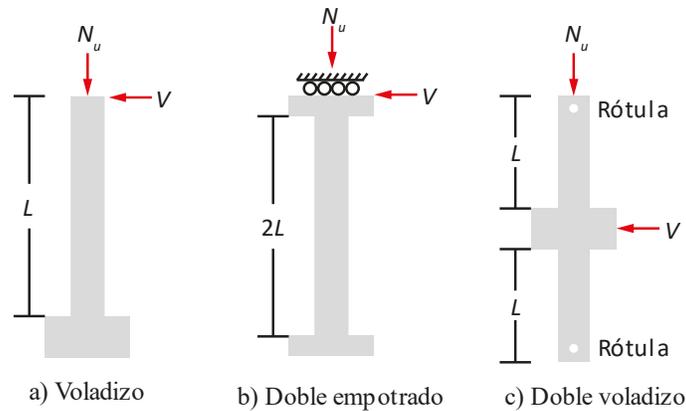


Figura 3.1 Configuraciones de ensayos de columnas

Con la clasificación descrita quedan 70 columnas, de éstas se descartan aquellas cuya falla fue ocasionada por adherencia o en traslapes de las barras, y aquellas columnas que sólo tienen barras longitudinales en las esquinas. Además, se descartan aquellas columnas donde las fotos de los ensayos no muestran grietas de cortante. Con estos criterios se descartan 14 especímenes.

Los 56 especímenes obtenidos, siguiendo la clasificación anterior, corresponden a columnas que fallan por cortante y por flexión-cortante. Para hacer la distinción entre estos dos modos de falla, en este trabajo se propone una definición del tipo de falla por cortante. En este estudio se define que una columna tiene modo de falla frágil por cortante cuando se cumplen las dos siguientes condiciones. La primera es que la deformación de la barra longitudinal en tracción no debe exceder $0.85 \varepsilon_y$. La segunda condición es que en el concreto la máxima deformación no debe exceder ε'_c . El cómputo de ε'_c se lleva a cabo con la Ec. (3.1) (Collins y Mitchell, 1991), expresión que emplea Response 2000 (Bentz, 2000), que es el programa empleado en este estudio en el análisis de una sección de una columna de concreto reforzado.

$$\varepsilon'_c = \frac{f'_c}{E_c} \frac{n_1}{n_1 - 1} \quad (\text{MPa}) \quad (3.1)$$

donde

$$n_1 = 0.8 + \frac{f'_c}{17} \quad (\text{MPa}) \quad (3.2)$$

Con el criterio de definición de modo de falla que se propone en este estudio se encontró que 38 especímenes tienen modo de falla frágil por cortante y 18 por flexión-cortante.

La Figura 3.2 resume de manera esquemática el proceso de clasificación de columnas descrito en este capítulo.

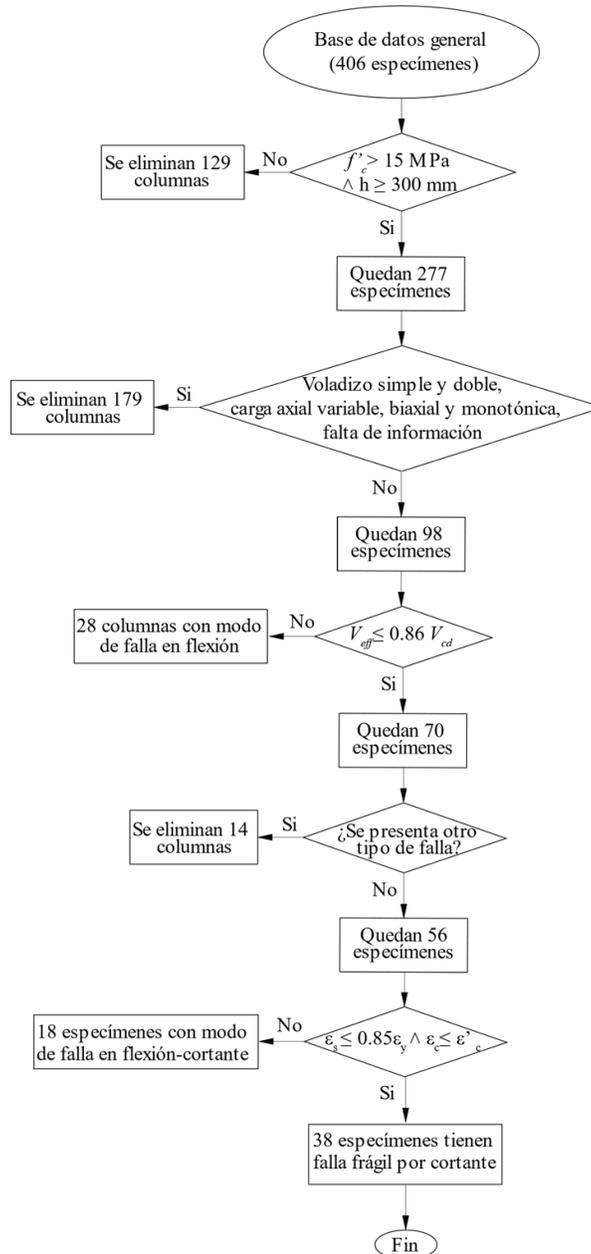


Figura 3.2 Diagrama de flujo de la ruta empleada para seleccionar los especímenes con modo de falla frágil por cortante

Las Tabla 3.1 y Tabla 3.2 muestran los parámetros principales de las 38 columnas de la base de datos de columnas con falla frágil por cortante, que se emplea en este estudio. La Tabla 3.1 indica con asterisco (*), escrito al lado de las referencias, las ocho columnas pertenecientes a la base de datos de Ghannoum et al. (2015). Los datos de las treinta columnas restantes de la base de datos fueron obtenidos por los autores de este estudio. En la Tabla 3.1 b_w es el ancho de la sección transversal. En la Tabla 3.2 d_b es el diámetro nominal de las barras longitudinales, d_{bt} es el diámetro nominal de las barras de refuerzo transversal, s es la separación de este refuerzo, c_c es su recubrimiento respecto al refuerzo transversal, ρ_v es la relación del área de refuerzo transversal, A_v , con $b_w s$, y a_v/h es el claro de cortante dividido entre el peralte de la columna.

Tabla 3.1 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para este estudio

No.	Nombre	Referencia	h (mm)	b_w (mm)	\hat{f}'_c (MPa)	\hat{f}_y (MPa)	\hat{f}_{yt} (MPa)	ρ_t (%)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	CUS	Umehara et al. (1982)*	406	229	34.9	441	414	3.1%
2	UNIT_1_1	Bett et al. (1985)*	305	305	29.9	462	414	2.4%
3	D1	Ousalem et al. (2004)*	300	300	27.7	447	398	1.7%
4	D11	Ousalem et al. (2004)*	300	300	28.1	447	398	2.3%
5	D12	Ousalem et al. (2004)*	300	300	28.1	447	398	2.3%
6	D13	Ousalem et al. (2004)*	300	300	26.1	447	398	2.3%
7	D16	Ousalem et al. (2004)*	300	300	26.1	447	398	1.7%
8	N-27C	Nakamura et al. (2002)*	300	300	26.5	380	375	2.7%
9	SC-1.7-0.20	Tran (2010)	350	350	27.5	408	393	2.1%
10	B-1	Kabeyasawa et al. (2002)	300	300	18.3	338	289	1.8%
11	A1	Nakamura et al. (2014)	450	450	28.0	383	399	1.1%
12	B4	Nakamura et al. (2014)	450	450	28.0	383	399	1.7%
13	C1	Nakamura et al. (2014)	450	450	28.0	376	399	2.3%
14	S100	Nakamura et al. (2014)	450	450	25.0	383	399	1.7%
15	120C-U	Ramírez et al. (1980)	305	305	30.7	450	455	2.5%
16	2C	Yoshimura et al. (2002)	300	300	25.2	396	392	2.6%
17	3C	Yoshimura et al. (2002)	300	300	25.2	396	392	2.6%
18	2C13	Yoshimura et al. (2002)	300	300	25.2	350	392	1.7%
19	2CUS	Umehara et al. (1982)	410	230	42.0	441	414	3.0%
20	A-1	Ou et al. (2015)	600	600	92.5	735	862	3.6%
21	A-2	Ou et al. (2015)	600	600	99.9	735	862	3.6%
22	A-3	Ou et al. (2015)	600	600	96.9	735	862	3.6%
23	A-4	Ou et al. (2015)	600	600	107.1	735	862	3.6%
24	B-1	Ou et al. (2015)	600	600	108.3	735	862	3.6%
25	B-2	Ou et al. (2015)	600	600	125.0	735	862	3.6%
26	B-3	Ou et al. (2015)	600	600	112.9	735	862	3.6%
27	B-4	Ou et al. (2015)	600	600	121.0	735	862	3.6%
28	4DH	Li et al. (2019)	500	500	34.0	472	448	3.2%
29	4NL	Li et al. (2019)	500	500	29.7	472	448	3.2%
30	4NH	Li et al. (2019)	500	500	30.8	472	448	3.2%
31	3DL	Li et al. (2019)	500	500	34.5	472	448	3.2%
32	3DH	Li et al. (2019)	500	500	33.8	472	448	3.2%
33	3NL	Li et al. (2019)	500	500	33.5	472	448	3.2%
34	3NH	Li et al. (2019)	500	500	32.4	472	448	3.2%

Tabla 3.1 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para este estudio (cont.)

No.	Nombre	Referencia	h (mm)	b_w (mm)	\hat{f}'_c (MPa)	\hat{f}_y (MPa)	\hat{f}_{yt} (MPa)	ρ_l (%)
35	C-S-L	Huy et al. (2022)	800	800	43.0	473	398	3.1%
36	C-FS-L	Huy et al. (2022)	800	800	41.0	473	398	3.1%
37	C62	Kuramoto et al. (1992)	300	300	113.8	736	735	3.8%
38	C32	Kuramoto et al. (1992)	300	300	113.8	736	735	3.8%
		Promedio			50.9	511	521	2.8%
		Máximo			125.0	736	862	3.8%
		Mínimo			18.3	338	289	1.1%

Nota: * Ghannoum et al. (2015) Base de datos de Columnas

Tabla 3.2 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para este estudio

No.	Nombre	$N_u / (A_g \hat{f}'_c)$	A_t / A_g	d_b (mm)	d_{bt} (mm)	s (mm)	ρ_v (%)	c_c (mm)	a_v/h
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	CUS	0.16	1.20	19.0	6.0	89.0	0.56%	25.4	1.13
2	UNIT_1_1	0.10	1.17	19.1	6.4	210.0	0.17%	25.4	1.50
3	D1	0.22	1.12	12.7	6.0	50.0	0.38%	27.5	1.00
4	D11	0.21	1.16	12.7	6.0	150.0	0.13%	27.5	1.50
5	D12	0.21	1.16	12.7	6.0	150.0	0.13%	27.5	1.50
6	D13	0.23	1.17	12.7	6.0	50.0	0.38%	27.5	1.50
7	D16	0.23	1.12	12.7	6.0	50.0	0.38%	27.5	1.00
8	N-27C	0.27	1.20	16.0	6.0	100.0	0.19%	31.0	1.50
9	SC-1.7-0.20	0.18	1.15	20.0	6.0	125.0	0.13%	25.0	1.71
10	B-1	0.27	1.15	13.0	5.0	160.0	0.08%	28.5	1.50
11	A1	0.16	1.08	19.0	10.0	300.0	0.12%	40.5	1.00
12	B4	0.16	1.12	19.0	10.0	150.0	0.23%	40.5	1.00
13	C1	0.16	1.16	22.0	10.0	75.0	0.47%	39.0	1.00
14	S100	0.18	1.13	19.0	10.0	150.0	0.23%	40.5	1.00
15	120C-U	0.19	1.17	19.1	6.4	65.3	0.32%	25.4	1.50
16	2C	0.19	1.20	15.9	6.0	100.0	0.19%	31.0	1.00
17	3C	0.29	1.20	15.9	6.0	100.0	0.19%	31.0	1.00
18	2C13	0.19	1.13	12.7	6.0	100.0	0.19%	32.5	1.00
19	2CUS	0.27	1.18	19.0	6.0	89.0	0.28%	25.0	1.11
20	A-1	0.10	1.15	32.3	12.7	450.0	0.14%	40.0	1.50
21	A-2	0.10	1.15	32.3	12.7	450.0	0.14%	40.0	1.50
22	A-3	0.10	1.15	32.3	12.7	260.0	0.24%	40.0	1.50

Tabla 3.2 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para este estudio (continuación)

No.	Nombre	$N_u / (A_g \hat{f}'_c)$	A_t / A_g	d_b (mm)	d_{bt} (mm)	s (mm)	ρ_v (%)	c_c (mm)	a_v/h
23	A-4	0.10	1.14	32.3	12.7	260.0	0.24%	40.0	1.50
24	B-1	0.15	1.14	32.3	12.7	450.0	0.14%	40.0	1.50
25	B-2	0.18	1.13	32.3	12.7	450.0	0.14%	40.0	1.50
26	B-3	0.20	1.14	32.3	12.7	260.0	0.24%	40.0	1.50
27	B-4	0.20	1.13	32.3	12.7	260.0	0.24%	40.0	1.50
28	4DH	0.22	1.21	25.4	9.5	100.0	0.43%	30.0	2.00
29	4NL	0.08	1.23	25.4	9.5	300.0	0.10%	30.0	2.00
30	4NH	0.24	1.22	25.4	9.5	300.0	0.10%	30.0	2.00
31	3DL	0.07	1.21	25.4	9.5	100.0	0.43%	30.0	1.50
32	3DH	0.22	1.22	25.4	9.5	100.0	0.43%	30.0	1.50
33	3NL	0.07	1.22	25.4	9.5	300.0	0.10%	30.0	1.50
34	3NH	0.23	1.22	25.4	9.5	300.0	0.10%	30.0	1.50
35	C-S-L	0.09	1.18	32.3	6.4	350.0	0.02%	40.0	2.00
36	C-FS-L	0.10	1.19	32.3	6.4	120.0	0.13%	40.0	2.00
37	C62	0.17	1.14	19.0	6.0	80.0	0.47%	24.5	1.50
38	C32	0.33	1.14	19.0	6.0	80.0	0.47%	24.5	1.50
	Promedio	0.18	1.16				0.24%		1.43
	Máximo	0.29	1.23				0.56%		2.00
	Mínimo	0.07	1.08				0.02%		1.00

Las propiedades relevantes de la base de datos tienen las siguientes características: (1) todas las columnas tienen relación de carga axial, $N_u / (A_g \hat{f}'_c)$, baja a moderada; (2) veintiocho columnas tienen resistencia a la compresión medida del concreto, \hat{f}'_c , menores que 45 MPa, y diez tienen valores $\hat{f}'_c \geq 90$ MPa; (3) dos columnas tienen refuerzo longitudinal con resistencia a la fluencia medida, \hat{f}_y , menor que 355 MPa, veintiséis con valores de \hat{f}_y entre 376 y 473 MPa, y diez con valores $\hat{f}_y \geq 735$ MPa; (4) en treinta y seis columnas, el peralte de la sección transversal varía entre 300 y 600 mm, con distribución uniforme, dos columnas tienen dimensiones de peralte de 800 mm; (5) características de las demás variables se muestran en la Figura 3.3.

Además de la base de datos previamente descrita, este estudio emplea los resultados experimentales de cinco columnas, que cumplen con los requisitos de modo de falla frágil por cortante que se definen en este capítulo, Tabla 3.3. Estas columnas se emplean únicamente para la validación de los modelos de resistencia y capacidad de deformación lateral de columnas, sometidas a acciones sísmicas, que se proponen más adelante en este trabajo.

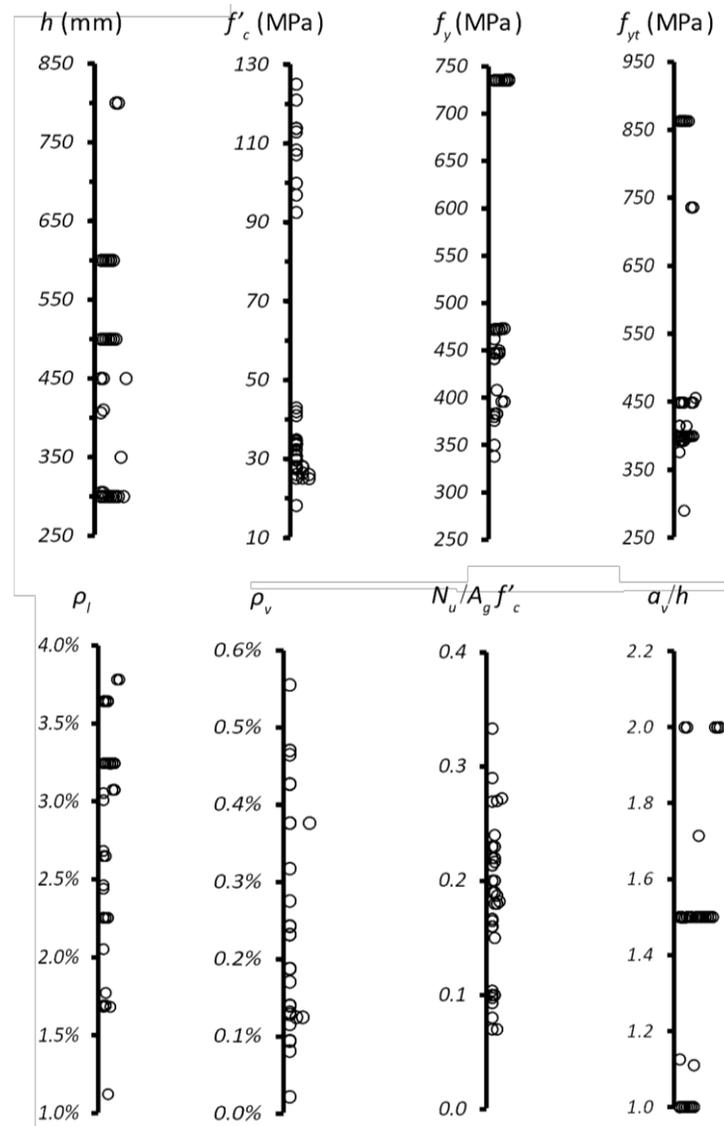


Figura 3.3 Distribución de las propiedades más relevantes de las columnas de la base de datos

Tabla 3.3 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para validación del método

No.	Nombre	Referencia	h (mm)	b_w (mm)	\hat{f}'_c (MPa)	\hat{f}_y (MPa)	\hat{f}_{yt} (MPa)	ρ_l (%)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
V1	PG1.7	Nakamura et al. (2020)	450	450	25.0	383	399	1.7%
V2	PG3.0		450	450	25.0	383	399	2.9%
V3	PG4.7		270	270	31.4	407	424	4.7%
V4	PG6.4		270	270	31.4	388	424	6.3%
V5	PG8.3		270	270	31.4	383	424	8.1%

Tabla 3.3 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para validación del método (continuación)

No.	Nombre	$N_u / \left(A_g \hat{f}'_c \right)$	d_b (mm)	d_{br} (mm)	s (mm)	ρ_v (%)	c_c (mm)	a_v/h
1	2	3	4	5	6	7	8	9
V1	PG1.7	0.18	19.0	10.0	60.0	0.58%	40.5	1.00
V2	PG3.0	0.18	25.0	10.0	60.0	0.58%	37.5	1.00
V3	PG4.7	0.19	19.0	6.0	45.0	0.47%	29.5	1.00
V4	PG6.4	0.19	22.0	6.0	45.0	0.47%	28.0	1.00
V5	PG8.3	0.19	25.0	6.0	45.0	0.47%	26.5	1.00

4. Comparativa de métodos para la evaluación de la resistencia de columnas críticas por cortante

Este capítulo emplea los métodos descritos en el Capítulo 2 para el cómputo de la resistencia a cortante de columnas rectangulares de la base de datos mostrada en el Capítulo 3, y sus resultados se comparan con los valores de las resistencias experimentales de esta base de datos.

La Tabla 4.1 muestra en el mismo orden cronológico de los métodos descritos en el Capítulo 2, los valores numéricos de los resultados obtenidos al aplicar los métodos. En esta tabla, V_{test} es la carga lateral máxima medida en los ensayos de las columnas de la base de datos.

Tabla 4.1 Resistencia lateral experimental V_{test} y relación V_{test}/V_n . a) Priestley et al. (1994), b) Bentz (2000), c) Priestley et al. (2007), d) Pan y Li (2013), e) ASCE 41-13 (2014), f) Pujol et al. (2016), g) NTC-C (2017), h) ASCE 41-17 (2017), i) Hua et al. (2019), j) ACI 318-19 A (2019) y k) ACI 318-19 B (2019)

No.	Nombre	V_{test} (kN)	V_{test}/V_n										
			a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	CUS	323	0.53	1.19	0.55	0.72	0.90	0.84	1.06	0.90	0.64	1.07	1.08
2	UNIT_1_1	214	0.76	1.22	0.67	0.95	1.06	1.08	1.80	1.20	0.80	1.45	1.52
3	D1	327	0.68	1.16	0.72	0.94	1.17	1.16	1.85	1.17	0.84	1.36	1.44
4	D11	245	0.83	1.49	0.75	1.12	1.17	1.26	2.47	1.17	0.86	1.44	1.52
5	D12	251	0.85	1.47	0.77	1.14	1.20	1.29	2.53	1.20	0.88	1.47	1.56
6	D13	266	0.64	0.95	0.65	0.99	0.96	0.94	1.52	0.96	0.76	1.10	1.15
7	D16	340	0.71	1.13	0.75	0.99	1.23	1.22	1.94	1.23	0.93	1.41	1.50
8	N-27C	263	0.79	1.35	0.73	1.14	1.14	1.19	2.17	1.14	0.87	1.29	1.34
9	SC-1.7-0.20	294	0.80	1.43	0.80	1.13	1.16	1.14	2.16	1.16	0.89	1.39	1.49
10	B-1	175	0.82	1.54	0.76	1.07	1.11	1.32	2.86	1.11	0.87	*	*
11	A1	570	0.81	1.69	0.82	0.86	1.34	1.53	3.07	1.42	0.75	1.75	2.02
12	B4	578	0.70	1.29	0.71	0.84	1.15	1.22	2.09	1.15	0.65	1.46	1.57
13	C1	687	0.63	1.12	0.65	0.82	1.05	1.07	1.51	1.05	0.78	1.27	1.32
14	S100	522	0.65	1.16	0.66	0.77	1.07	1.12	1.93	1.07	0.66	1.32	1.43
15	120C-U	280	0.64	0.99	0.63	0.94	0.97	0.94	1.49	0.97	0.77	1.16	1.20
16	2C	222	0.67	1.15	0.63	0.74	1.07	1.12	1.94	1.07	0.63	1.33	1.38

Tabla 4.1 Resistencia lateral experimental V_{test} y relación V_{test}/V_n . a) Priestley et al. (1994), b) Bentz (2000), c) Priestley et al. (2007), d) Pan y Li (2013), e) ASCE 41-13 (2014), f) Pujol et al. (2016), g) NTC-C (2017), h) ASCE 41-17 (2017), i) Hua et al. (2019), j) ACI 318-19 A (2019) y k) ACI 318-19 B (2019) (cont.)

No.	Nombre	V_{test} (kN)	V_{test}/V_n										
			a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)
17	3C	264	0.68	1.29	0.65	0.82	1.14	1.18	2.16	1.14	0.70	1.26	1.31
18	2C13	260	0.77	1.34	0.76	0.91	1.25	1.37	2.48	1.25	0.73	1.56	1.69
19	2CUS	400	0.67	1.25	0.66	0.88	1.16	1.07	1.57	1.16	0.65	1.35	1.35
20	A-1	1578	0.71	1.16	0.64	0.83	1.03	0.93	1.53	1.24	0.75	1.37	1.35
21	A-2	1638	0.71	1.16	0.64	0.84	1.03	0.93	1.52	1.23	0.75	1.36	1.34
22	A-3	1772	0.64	0.93	0.61	0.81	0.97	0.84	1.32	0.97	0.74	1.25	1.24
23	A-4	1781	0.62	0.90	0.59	0.79	0.93	0.81	1.26	0.93	0.70	1.20	1.19
24	B-1	2078	0.73	1.34	0.68	0.93	1.11	1.01	1.60	1.29	0.80	1.37	1.37
25	B-2	2298	0.70	1.34	0.65	0.88	1.07	0.97	1.47	1.21	0.76	1.40	1.40
26	B-3	2418	0.65	1.07	0.63	0.91	1.03	0.87	1.35	1.03	0.76	1.31	1.31
27	B-4	2528	0.65	1.09	0.64	0.92	1.03	0.87	1.34	1.03	0.76	1.34	1.34
28	4DH	772	0.56	0.86	0.66	0.89	0.94	0.74	1.15	0.94	0.77	0.94	0.95
29	4NL	467	0.80	1.34	0.85	0.93	1.22	0.95	1.75	1.22	0.93	1.48	1.48
30	4NH	661	0.83	1.50	0.89	1.14	1.30	1.08	2.05	1.30	0.97	1.27	1.29
31	3DL	766	0.64	0.91	0.63	0.81	0.98	0.91	1.25	0.98	0.78	1.29	1.29
32	3DH	845	0.57	0.91	0.59	0.85	0.91	0.81	1.27	0.91	0.70	1.03	1.04
33	3NL	471	0.74	1.26	0.62	0.75	0.99	0.94	1.70	0.99	0.71	1.46	1.46
34	3NH	699	0.78	1.42	0.69	0.95	1.12	1.13	2.12	1.12	0.87	1.33	1.35
35	C-S-L	1468	0.96	1.81	0.97	1.02	1.40	1.22	2.38	1.40	1.02	*	*
36	C-FS-L	1708	0.88	1.37	0.93	1.15	1.36	1.08	1.99	1.36	1.01	1.60	1.62
37	C62	758	0.71	1.07	0.70	1.13	1.15	0.97	1.42	1.15	0.91	1.39	1.39
38	C32	801	0.59	1.01	0.62	0.99	1.01	0.79	1.17	1.01	0.83	1.32	1.32
	Promedio		0.71	1.23	0.70	0.93	1.10	1.05	1.80	1.13	0.79	1.34	1.38
	Desv. Est.		0.09	0.22	0.10	0.13	0.13	0.18	0.49	0.14	0.10	0.34	0.36
	Min.		0.53	0.86	0.55	0.72	0.90	0.74	1.06	0.90	0.63	0.94	0.95
	Perc. 25		0.64	1.07	0.63	0.83	1.00	0.92	1.40	1.00	0.73	1.27	1.29
	Mediana		0.70	1.21	0.66	0.92	1.09	1.07	1.72	1.14	0.77	1.34	1.35
	Perc. 75		0.80	1.35	0.75	1.00	1.17	1.18	2.13	1.22	0.87	1.43	1.49
	Max.		0.96	1.81	0.97	1.15	1.40	1.53	3.07	1.42	1.02	1.75	2.02

Nota: * $A_v < A_{v,min}$

Lo resultados de evaluar las resistencias experimentales V_{test} y calculados, V_n , se representan gráficamente empleando el llamado diagrama de cajas. Como muestra la Figura 4.1, este diagrama se caracteriza por el empleo de una figura rectangular cuya altura es igual a $P_{75}-P_{25}$, donde P_{75} y P_{25} son los percentiles 75% y 25%, respectivamente, asociadas al valor de la variable estadística en estudio, en este caso V_{test}/V_n . Por ejemplo, referente a P_{25} , el 25% de la variable estadística tiene valores menores que P_{25} . Al valor $P_{75}-P_{25}$ también se le conoce como intervalo intercuartil (IIC). El valor de la mediana es la línea que divide el rectángulo en dos partes, ver Figura 4.1. Este diagrama tiene además dos líneas verticales que inician en el rectángulo, una superior y otra inferior, y las longitudes de estas líneas se definen de la manera siguiente. El límite superior se

refiere a un valor mayor que la mediana y es igual al menor valor de 1.5 IIC y el valor máximo de V_{test}/V_n . El límite inferior se refiere a un valor menor que la mediana y es igual al menor valor de 1.5 IIC y el máximo de V_{test}/V_n , Figura 4.1. Los valores de la variable estadística que caen fuera de la longitud de las referidas líneas se denominan atípicos.

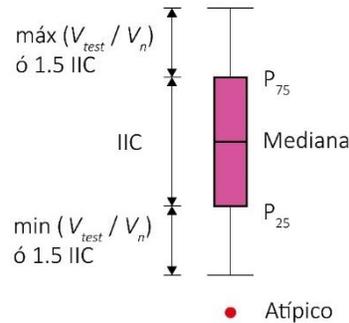


Figura 4.1 Definición del diagrama de caja

Los valores estadísticos de la relación V_{test}/V_n para los métodos estudiados y empleando la base de datos, se muestran en la Figura 4.2 en la forma de diagrama de cajas, ordenados de manera ascendente según los valores de las medianas respectivas.

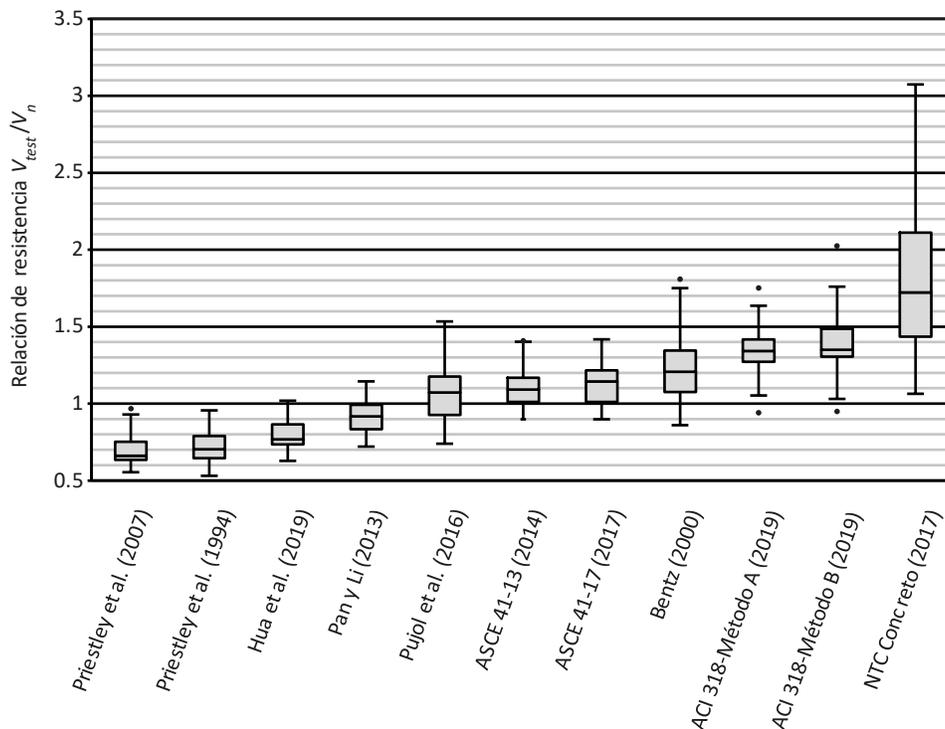


Figura 4.2 Diagramas de caja de resultados de resistencia experimental y de métodos de predicción de resistencia a cortante de columnas de la base de datos

Los tres primeros métodos que muestra la Figura 4.2, en su parte izquierda, son los de Priestley et al. (2007), Priestley et al. (1994) y Hua et al. (2019), la mediana de estos tres métodos se encuentra por debajo de uno, con valores 0.66, 0.70 y 0.77, respectivamente. Estos resultados indican que estos métodos sobreestiman la resistencia nominal a cortante de las columnas y los hace estar del lado de la inseguridad. Los dos métodos propuestos por Priestley et al. son los que tiene los mayores valores del lado de la inseguridad. Además, referente al método de Priestley et al. (2007), a pesar de tener la intención de mejorar el método de Priestley et al. (1994), los resultados muestran que no se logró este objetivo.

En el extremo derecho de la Figura 4.2 se encuentra el método de la NTC-Concreto (2017), este método tiene una mediana del valor V_{test}/V_n igual a 1.72, considerablemente mayor que los demás métodos, y con el valor de IIC más grande, además, todos los valores de V_{test}/V_n obtenidos son mayores que 1. Este método es el más conservador de todos, y además tiene la mayor dispersión de datos.

Para los tres siguientes métodos de derecha a izquierda de la Figura 4.2, ACI 318-19 B (2019), ACI 318-19 A (2019) y Bentz (2000), los valores de las medianas de V_{test}/V_n , son 1.35, 1.34 y 1.14; y los valores de IIC son 18%, 15% y 27%, respectivamente. El Método B del ACI 318-19, por ser más elaborado, tenía la intención de ser un procedimiento más efectivo que el Método A que es más simple; sin embargo, los resultados muestran que esto no es así, porque el Método B no sólo tiene una mediana más alta, sino que también muestra una mayor dispersión de datos que el Método A.

Los métodos con medianas de V_{test}/V_n con valores más cercanos a uno (1.0) son Pan y Li (2013), Pujol et al. (2019), ASCE 41-13 (2014) y ASCE 41-17 (2017), estos valores son 0.92, 1.07, 1.09 y 1.14, respectivamente. El método de Pujol et al. (2019) tiene un valor alto de IIC, 25%, mientras que los métodos de Pan y Li (2013) y ASCE 41-13 (2014), tienen valores de IIC razonablemente pequeños, iguales a 16%; el valor de IIC para el método de la ASCE 41-17 es 21%. Al igual que en otros de los métodos aquí evaluados, el método del ASCE 41-17 (2017) pretendía ser una mejora respecto al método del ASCE 41-13 (2014); sin embargo, se presenta el mismo fenómeno que en los casos ya comentados, y no se logra una mejora en la predicción de resistencia a cortante.

5. Modelo propuesto para la predicción de resistencia de columnas con modo de falla frágil por cortante

5.1. Comportamiento de columnas antes del agrietamiento

Como herramienta para entender la respuesta de columnas con modo de falla frágil por cortante, las secciones 5.1 y 5.2 describen la respuesta teórica de columnas sometidas a cargas laterales, antes y después del agrietamiento, respectivamente. La sección 5.1 estudia el estado de respuesta elástica, se muestra el estado de esfuerzos principales y sus trayectorias en una columna rectangular de concreto simple, además, se muestra las fuerzas resultantes en la sección ubicada en el punto de inflexión en la columna antes del agrietamiento.

Esta sección considera la respuesta a cortante de columnas de concreto simple con doble curvatura, con longitud $2L$, Figura 5.1(a), sometida a carga lateral y a carga axial constante en la dirección longitudinal. El problema se simplifica estudiando la parte de la columna definida con una longitud al punto de inflexión, lo que equivale a considerar una columna en voladizo de longitud L , Figura 5.1(b).

La carga axial actuante produce un esfuerzo normal σ_a , igual a N_u/A_g donde N_u es la carga axial y A_g el área bruta de la sección, se supone signo negativo por estar en compresión, posteriormente se analiza la conveniencia de usar esta área o el área transformada, A_t . En una sección cualquiera de la columna, sección A-A, el esfuerzo normal en la dirección longitudinal, σ_y , es igual a la suma del esfuerzo σ_a , y el debido a flexión en la sección, σ_f , Figura 5.1 (c). Este esfuerzo tiene los valores máximos en los extremos de la sección, σ_A y σ_B , Figura 5.1 (c). En la dirección x de la columna actúa el esfuerzo σ_x , el cual en este estudio se considera igual a 0. Además, la carga lateral produce en la sección, un esfuerzo cortante, τ_{xy} , el cual tiene una distribución parabólica, cuya forma y valores son los mismos en toda la longitud de la columna, con un valor máximo igual a τ_m , Figura 5.1(d).

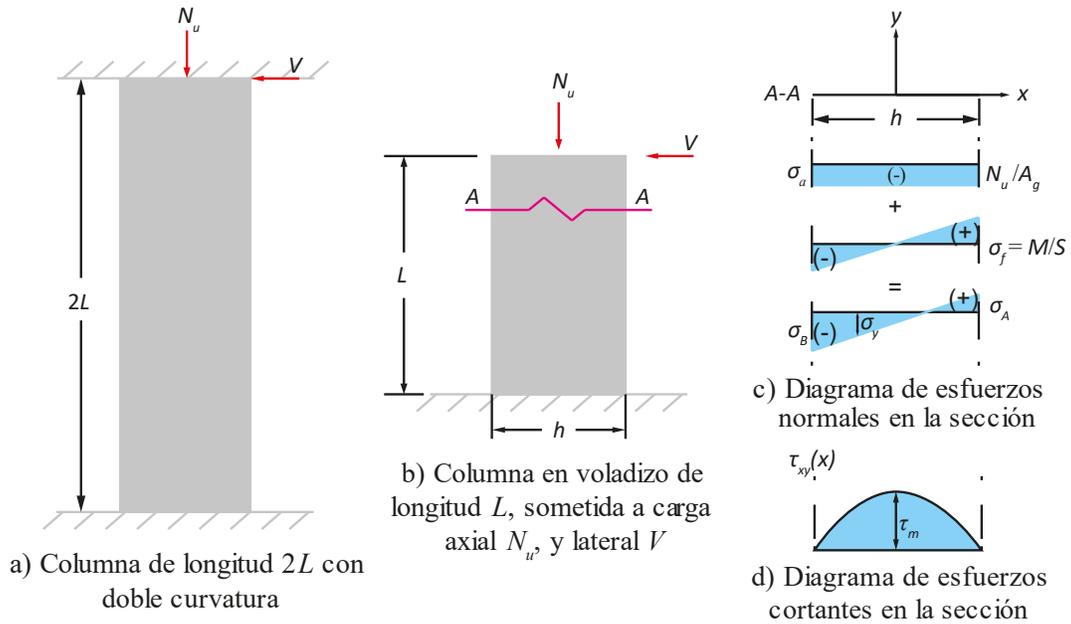


Figura 5.1 Descripción de la columna de estudio, y esfuerzos normales y cortantes en la sección A-A

La Figura 5.2 muestra la columna en estudio, y los esfuerzos axiales y cortantes que actúan en una zona cualquiera de ella, Figura 5.2(b).

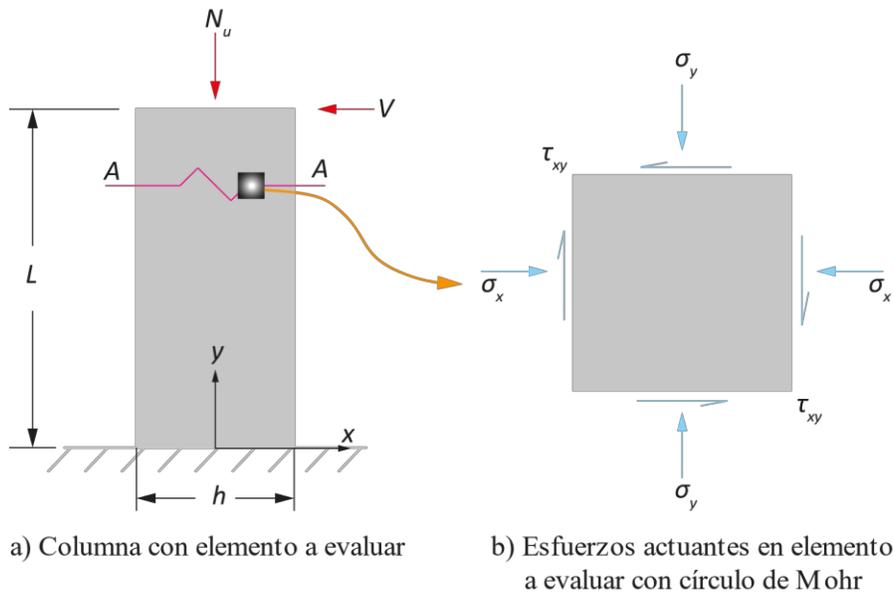


Figura 5.2 Esfuerzos normales y cortantes en una porción de la columna en estudio

La Figura 5.3 muestra el círculo de Mohr con el que se obtienen los esfuerzos principales en tracción, σ_1 , y en compresión, σ_2 , del elemento mostrado en la Figura 5.2 Esfuerzos normales y cortantes en una porción de la columna en estudio. Estos esfuerzos están dados por las Ecs. (5.1) y (5.2).

$$\sigma_1 = R + \frac{\sigma_y}{2} \quad (5.1)$$

$$\sigma_2 = -R + \frac{\sigma_y}{2} \quad (5.2)$$

donde R es el radio del círculo de Mohr, igual a:

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_y}{2}\right)^2 + [\tau_{xy}(x)]^2} \quad (5.3)$$

Además, el ángulo de inclinación del esfuerzo principal de tracción respecto al eje x , θ_m , está dado por:

$$\theta_m = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{2\tau_{xy}(x)}{\sigma_y}\right)}{2} \quad (5.4)$$

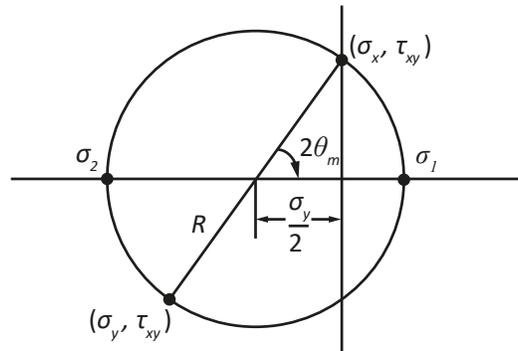


Figura 5.3 Estado de esfuerzos de una columna, representado con la solución gráfica de Mohr

Para conocer los valores de los esfuerzos en los extremos de una sección de la columna, σ_A y σ_B , se requiere combinar el esfuerzo normal, σ_a y el de flexión, σ_f , Figura 5.1(c), lo que lleva a:

$$\sigma_a = -\frac{N_u}{A_g} \quad (5.5)$$

$$\sigma_A = \frac{M}{S} + \frac{N_u}{A_g} \quad (5.6)$$

$$\sigma_B = -\frac{M}{S} + \frac{N_u}{A_g} \quad (5.7)$$

donde M es el momento flexionante en la sección en estudio en la columna, y S es el módulo de la sección elástica.

El esfuerzo cortante, $\tau_{xy}(x)$, Figura 5.(c), es.

$$\tau_{xy}(x) = \frac{V}{2I_g} \left(\frac{h^2}{4} - x^2 \right) \quad (5.8)$$

donde por tratarse de una sección de concreto simple, I_g es el momento de inercia de la sección bruta.

Para obtener las trayectorias de esfuerzos principales, σ_1 y σ_2 , en una sección cualquiera de la columna, se definen siete puntos, Figura 5.4.

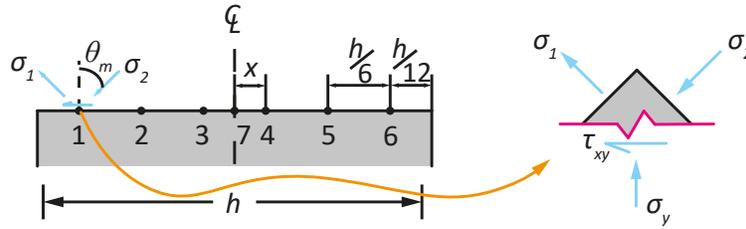


Figura 5.4 Esquema de los puntos seleccionados en una sección de la columna, para la obtención de sus esfuerzos principales σ_1 y σ_2 .

Las trayectorias de esfuerzos principales, obtenidas empleando el círculo de Mohr, se muestran en la longitud L de la columna, Figura 5.5.

De las trayectorias de esfuerzos mostradas en la Figura 5.5, y del equilibrio de fuerzas, es posible obtener las fuerzas resultantes internas en tracción, D_t , y en compresión, D_c , ubicadas en el punto A de la sección crítica, a mitad de altura de la columna con doble curvatura, Figura 5.6(a).

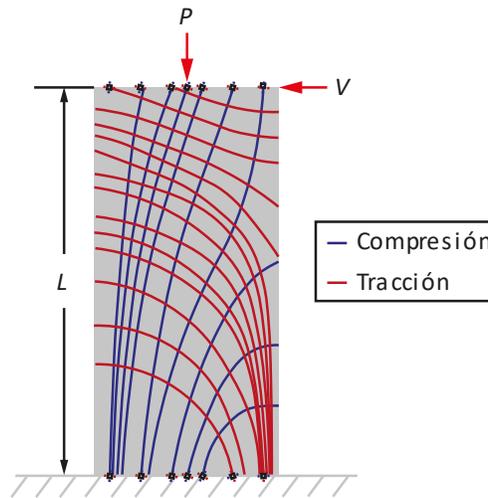


Figura 5.5 Trayectorias de esfuerzo aproximadas en una columna en volado con carga lateral

Del diagrama de la Figura 5.6(a), en notación de la estática, se tiene,

$$V = D_c \text{sen} \theta_m + D_t \text{cos} \theta_m \tag{5.9}$$

$$N_u = D_c \text{cos} \theta_m - D_t \text{sen} \theta_m \tag{5.10}$$

En notación de mecánica, considerando la compresión con signo negativo,

$$V = -D_c \operatorname{sen} \theta_m + D_t \cos \theta_m \quad (5.11)$$

$$N_u = -D_c \cos \theta_m + D_t \operatorname{sen} \theta_m \quad (5.12)$$

Las Figura 5.6(b) y Figura 5.6(c) muestran la distribución aproximada de esfuerzos normales y cortantes en una sección de la columna a mitad de su altura, respectivamente. En lo que sigue se evalúa si tanto para el esfuerzo normal, como para el esfuerzo cortante, es necesario considerar el área bruta o transformada.

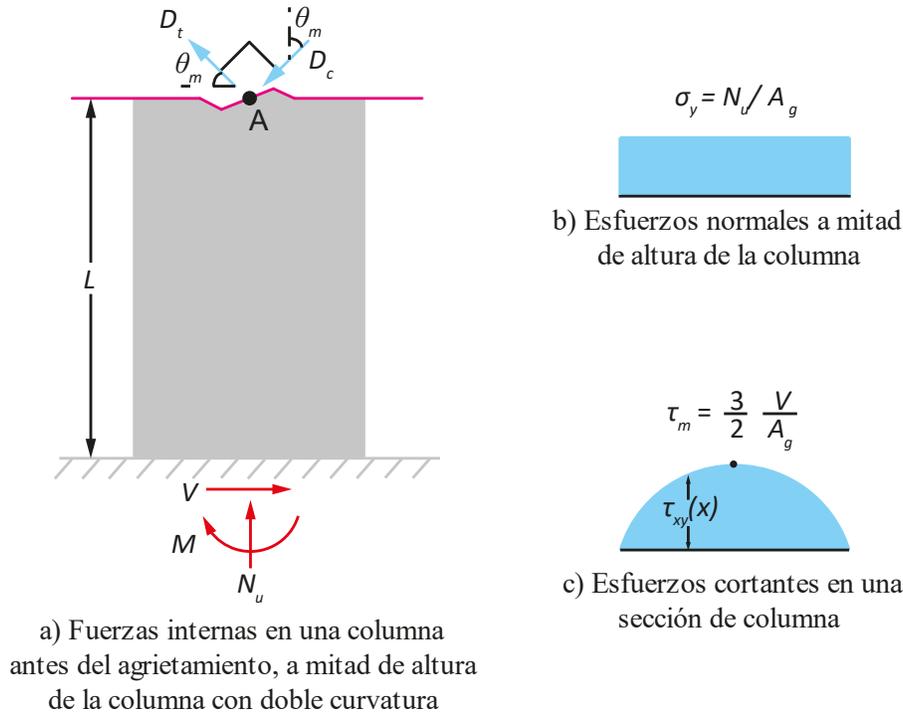


Figura 5.6 Elementos mecánicos en una columna con doble curvatura con carga axial en compresión y carga lateral

La Figura 5.7 muestra las diferencias entre los valores de las áreas bruta y transformada, A_g y A_t , respectivamente, para el caso de una sección transversal con dimensiones 300 mm x 600 mm, y para tres casos de resistencia especificada a compresión del concreto, 30, 60 y 90 MPa. Los resultados de la Figura 5.7 muestran que en general las diferencias entre estas áreas no son despreciables. Por esta razón, en este trabajo en el estudio de la resistencia a cortante en columnas, se emplea la sección transformada para definir los esfuerzos normales debido a carga axial en la columna, σ_{at} ,

$$\sigma_{at} = \frac{N_u}{A_t} \quad (5.13)$$

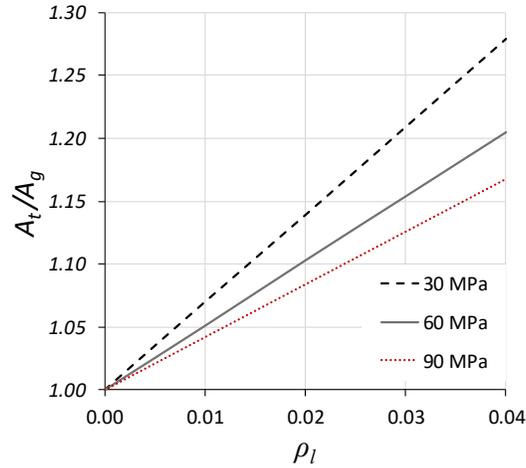


Figura 5.7 Relación entre el área transformada y el área bruta de una sección de 300 x 600 mm, respecto de la relación de refuerzo longitudinal

En lo que sigue se evalúa la relación entre los esfuerzos cortantes calculados con el área transformada y con el área bruta, τ_t y τ_g , respectivamente. La relación entre estos parámetros se expresa como

$$\tau_t = \kappa_t \tau_g \quad (5.14)$$

El procedimiento seguido para calcular κ_t se muestra en el Apéndice B. La Figura 5.8 muestra los valores calculados de κ_t considerando para la resistencia del concreto, los mismos casos empleados para el análisis del esfuerzo σ_{at} . Los resultados de la Figura 5.8 muestran que las diferencias entre τ_t y τ_g no son relevantes, por lo que posteriormente en este trabajo, en el proceso de cómputo del esfuerzo cortante resistente con el que contribuye el concreto, se emplea τ_g .

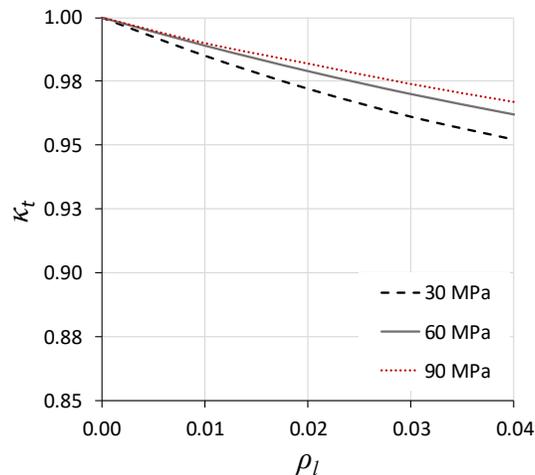


Figura 5.8 Relación de esfuerzos empleando el área transformada y el área bruta, κ_t , respecto de la relación de refuerzo longitudinal

5.2. Comportamiento de columnas después del agrietamiento

Después que ocurre el agrietamiento en diagonal, a mitad de altura de la columna, Figura 5.9, la componente en tracción que resiste el concreto, D'_t , disminuye rápidamente; lo que produce una degradación súbita de fuerzas internas. Las componentes de esfuerzos principales que antes del agrietamiento estaban inclinadas un ángulo θ_m , como muestra la Figura 5.10(a), cambian a un ángulo θ'_m , menor que θ_m , como muestra la Figura 5.9. Si se considera que los valores de las fuerzas cortante y axial antes del agrietamiento e inmediatamente después del agrietamiento se mantienen iguales, de las Ecs. (5.9) y (5.10), en notación de estática se tiene:

$$V = D'_c \text{sen} \theta'_m + D'_t \text{cos} \theta'_m \quad (5.15)$$

$$N_u = D'_c \text{cos} \theta'_m - D'_t \text{sen} \theta'_m + T_s \quad (5.16)$$

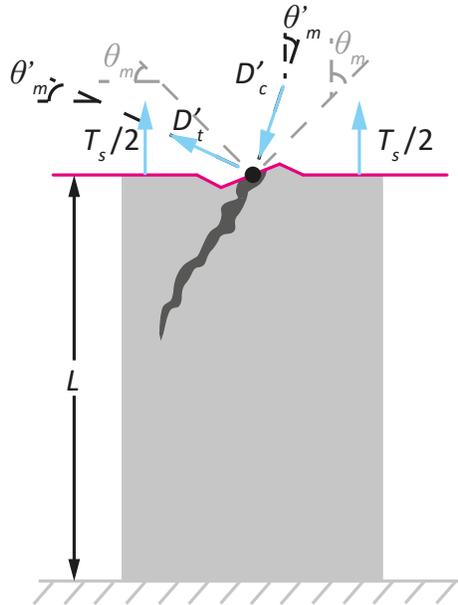


Figura 5.9 Distribución de resultantes de fuerzas a mitad de altura de la columna después del agrietamiento en diagonal

Para el caso de una columna con refuerzo longitudinal, la

Figura 5.10 ayuda a explicar la aparición de una fuerza en tracción, T_s , actuante en este refuerzo.

La

Figura 5.10(a) muestra el polígono de fuerzas antes del agrietamiento, considerando que la participación del refuerzo longitudinal existente es despreciable. Después del agrietamiento, este polígono se convierte en el de la

Figura 5.10(b), la que muestra que es necesario considerar la participación del refuerzo longitudinal. Estas figuras muestran que, para explicar cómo cambian las fuerzas externas después del agrietamiento, se requiere la fuerza en tracción, T_s .

En esta investigación se emplea la hipótesis que las columnas tienen suficiente refuerzo longitudinal, de manera que este refuerzo pueda resistir la fuerza T_s en el intervalo elástico.

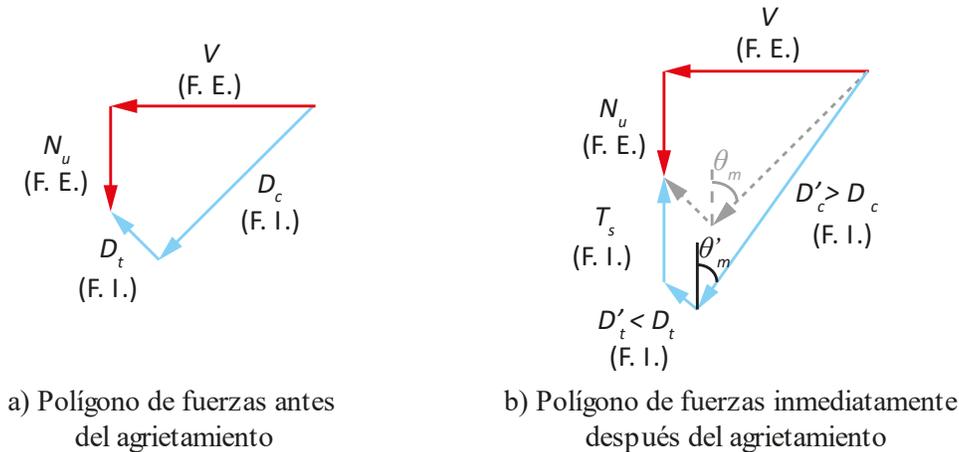


Figura 5.10 Polígonos de fuerzas externas, F. E., y fuerzas internas, F.I., antes e inmediatamente después del agrietamiento

5.3. Propuesta de método para la predicción de la resistencia de columnas con falla frágil por cortante

5.3.1. Descripción del método que se propone

Este trabajo propone un método para predecir la resistencia de columnas que tienen modo de falla frágil por cortante, cuando están sometidas a cargas laterales cíclicas reversibles. Este método se basa en considerar que la resistencia nominal a cortante en una columna, V_n , está dada por la participación de dos mecanismos, uno donde contribuye el concreto, con un valor de fuerza resistente igual a V_c , y otro donde contribuye el refuerzo transversal, con el valor de fuerza resistente igual V_s . La manera como contribuyen estos mecanismos se describe en lo que sigue.

5.3.2. Contribución del concreto a la resistencia a cortante (V_c)

El método que propone este trabajo para definir la contribución del concreto a la resistencia a cortante, emplea un modelo que considera la interacción entre fuerza cortante y carga axial en compresión en un elemento de concreto simple. El método propuesto emplea la hipótesis que las condiciones que

producen falla en el concreto en los casos de concreto simple y concreto reforzado son esencialmente las mismas (Bresler y Pister, 1958), lo que permite el empleo de criterios de falla en concreto simple para la predicción de resistencia a cortante en concreto reforzado.

5.3.2.1 Investigaciones previas de teorías de falla cortante-compresión

a) Bresler y Pister (1958)

Estos autores definen un criterio de falla por cortante, considerando la interacción entre fuerza cortante y carga axial en compresión en concreto simple, empleando los llamados esfuerzos medios cortantes y normales, τ_0 y σ_0 , respectivamente, estos esfuerzos son también llamados esfuerzos octaedros, y actúan en un volumen infinitesimal. Se debe observar que estos esfuerzos son diferentes a los esfuerzos convencionales de cortante y normal, τ y σ , respectivamente. Con base en teoría de la plasticidad, Bresler y Pister (1958) proponen que los esfuerzos octaedros τ_0 y σ_0 se relacionan como:

$$\tau_0 = f(\sigma_0) \quad (5.17)$$

Bresler y Pister (1958) encontraron una expresión para la Ec. (5.17), empleando resultados de ensayos de cilindros tubulares sometidos a esfuerzos en compresión, así como esfuerzos cortantes originados por un momento torsionante. Las características de estos cilindros, de los ensayos, así como detalles específicos de la base de datos empleada por estos autores se describen en detalle en sección 5.3.2.2. La relación entre τ_0 y σ_0 encontrada por estos autores para el modo de falla por cortante, la expresaron en función del esfuerzo cortante, τ , y esfuerzo normal, σ , con lo cual el criterio de falla considera la interacción entre estos esfuerzos, como muestra la Ec. (5.18),

$$\frac{\tau}{f'_c} = 0.1 \left[A + B \left(\frac{\sigma}{f'_c} \right) + C \left(\frac{\sigma}{f'_c} \right)^2 + D \left(\frac{\sigma}{f'_c} \right)^3 + E \left(\frac{\sigma}{f'_c} \right)^4 \right]^{0.5} \quad (5.18)$$

donde para el caso de cilindros ensayados por estos autores, de tamaño 152 mm x 305 mm:

$$A = 0.62$$

$$B = 10.10$$

$$C = 5.80$$

$$D = -18.60$$

$$E = 2.09$$

b) Goode y Helmy (1967)

Estos autores ensayaron cilindros tubulares de concreto con un tipo de ensaye semejante a los llevados a cabo por Bresler y Pister (1958). Las características de estos cilindros, de los ensayos, así como detalles específicos de la base de datos empleada por estos autores se describen en detalle en sección 5.3.2.2. De los resultados de estos ensayos, estos autores obtuvieron una expresión para los esfuerzos octaedro τ_0 y σ_0 , y la convirtieron en una expresión polinómica para los esfuerzos convencionales, τ y σ , que es la misma que la Ec. (5.18) dada por Bresler y Pister (1958), pero con los siguientes valores de las constantes respectivas:

$$A = 0.445$$

$$B = 7.61$$

$$C = -1.57$$

$$D = -6.84$$

$$E = 0.36$$

c) Leon-Mohr (Goode y Helmy, 1967)

En la revisión de la literatura que llevan a cabo Goode y Helmy (1967), describen una teoría de falla clásica que emplea la envolvente de los círculos de Mohr, considerando una teoría de falla para materiales frágiles, aplicable según estos autores cuando la resistencia a compresión es mayor que cinco veces la resistencia a tracción. En esta investigación, a este criterio de falla se le denomina criterio de Leon-Mohr (Goode y Helmy, 1967). Esta teoría emplea dos criterios para definir la relación entre los esfuerzos convencionales τ y σ . El primer criterio emplea la hipótesis que la envolvente al círculo de Mohr es una parábola, y considera que el círculo de Mohr intersecta la parábola en el punto $(-f_{cr}, 0)$, donde f_{cr} es la resistencia a tracción del concreto:

$$\tau^2 = a\sigma + b \quad (5.19)$$

La Ec. anterior lleva a

$$\begin{aligned} \tau^2 &= \sqrt{f_{cr}(f_{cr} + \sigma)} \\ \text{si} & \\ \frac{A_1^2}{2f_{cr}} &\geq \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \end{aligned} \quad (5.20)$$

donde

$$A_1 = \sqrt{f_{cr}(f_{cr} + f'_c)} - f_{cr} \quad (5.21)$$

El segundo criterio que proponen Goode y Helmy (1967) se expresa como:

$$\begin{aligned} \tau &= 0.5 \sqrt{4A_1^2 - \left(\frac{A_1^2}{f_{cr}}\right)^2 + 2A_1^2 \frac{\sigma}{f_{cr}} - \sigma^2} \\ \text{si} & \\ \frac{A_1^2}{2f_{cr}} &\leq \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \end{aligned} \quad (5.22)$$

En la aplicación del criterio de Leon-Mohr, Goode y Helmy (1967) proponen que el esfuerzo cortante resistente en la ausencia de esfuerzos axiales, τ_0 , es:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 0.31\sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \\ \tau_0 &= 3.78\sqrt{f'_c} \text{ (psi)} \end{aligned} \quad (5.23)$$

d) Khaloo y Ahmad (1988)

Estos autores efectuaron ensayos de cilindros sólidos de concreto, sometidos a la combinación de esfuerzos cortantes y de compresión, con un tipo de ensaye semejante a los efectuados por Bresler y Pister (1958) y Goode y Helmy (1967). Las características de los cilindros ensayados, de los ensayos, así como detalles específicos de la base de datos empleada por estos autores se describen en detalle en sección 5.3.2.2. Khaloo y Ahmad (1988) emplearon los resultados experimentales obtenidos en estos cilindros, con el fin de obtener una expresión para los esfuerzos octaedro τ_0 y σ_0 , la que convirtieron en una expresión con esfuerzos convencionales τ y σ , y los resultados estos autores los muestran de manera gráfica para familias de concreto con f'_c iguales a 27.6 y 55.2 MPa (4.0 y 8.0 ksi).

e) Comparativa de resistencia cortante-compresión en elementos de concreto simple aplicando las teorías de falla revisadas en esta sección

La Figura 5.11 y Figura 5.12 muestran valores calculados de la relación esfuerzo cortante y esfuerzo en compresión, obtenidos para el cómputo de la resistencia de un elemento de concreto simple, que resultan de aplicar las teorías de falla anteriormente descritas. La Figura 5.11 muestra resultados para estos esfuerzos en forma adimensional, en función de f'_c . Los casos que se muestran corresponden a dos tipos de f'_c , iguales a 28 y 55 MPa, Figura 5.11(a) y Figura 5.11(b), respectivamente. La Figura 5.12 muestra resultados del mismo tipo de la Figura 5.11, con la diferencia que el esfuerzo cortante se convierte en adimensional empleando el término $f'_c{}^{1/2}$.

Los resultados del cómputo de la resistencia a cortante, Figura 5.11 y Figura 5.12, indican que las diferencias de valores de esfuerzos cortantes y de compresión, correspondientes a los diferentes criterios de falla, son significativas, y tienden a aumentar con el aumento de f'_c . Además, se observa que la dispersión de resultados disminuye cuando el esfuerzo cortante se expresa en forma adimensional empleando $f'_c{}^{1/2}$.

Las expresiones propuestas por diversos autores, revisadas en este trabajo, y que fueron empleadas para obtener los resultados de la Figura 5.11 y Figura 5.12, fueron obtenidas empleando diversos modelos de falla de un elemento de concreto simple sometido a esfuerzos de compresión y cortante, modelos que se basan en los resultados experimentales que se describen posteriormente en este capítulo.

Los resultados de la Figura 5.11 y Figura 5.12 muestran variabilidad importante en la relación del esfuerzo cortante en la falla, τ , versus el esfuerzo normal de compresión actuante, σ . Parte de esta variabilidad se debe a la diferencia del tipo de concreto en especímenes de secciones tubulares y en secciones sólidas, en las primeras, por tener paredes delgadas, la influencia del tamaño del agregado es mayor que para el caso de las segundas (Goode y Helmy, 1967); (Khaloo y Ahmad, 1988). Algunas características del tamaño de agregado empleado en los diversos estudios para definir criterios de resistencia cortante-compresión en elementos de concreto simple se describen en la siguiente sección.

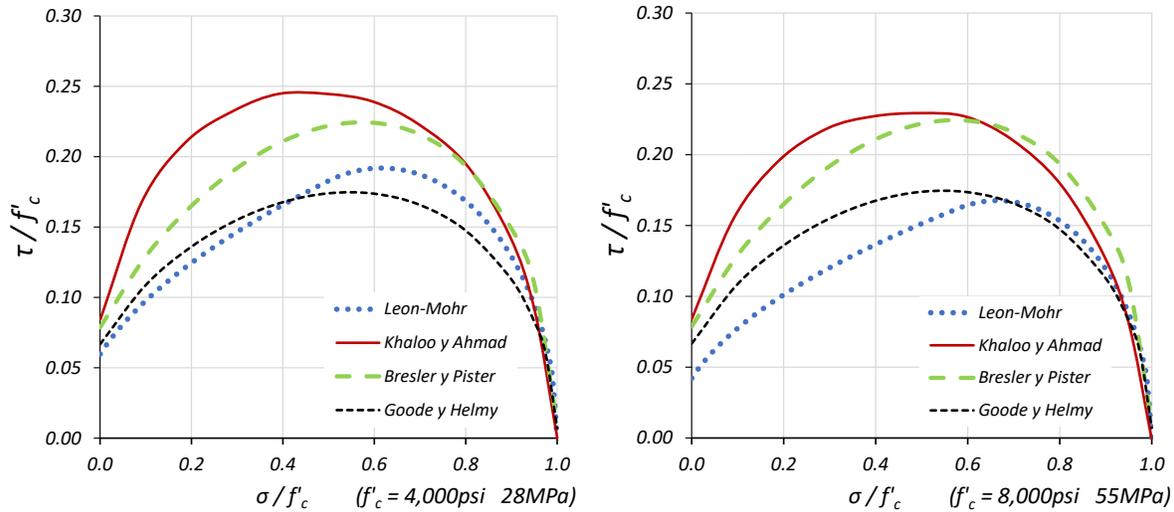


Figura 5.11 Comparativa de resistencia cortante-compresión en elementos de concreto simple aplicando diversos criterios de falla, para concretos con valores de f'_c iguales a 28 y 55 MPa. La resistencia en cortante se expresa como τ/f'_c .

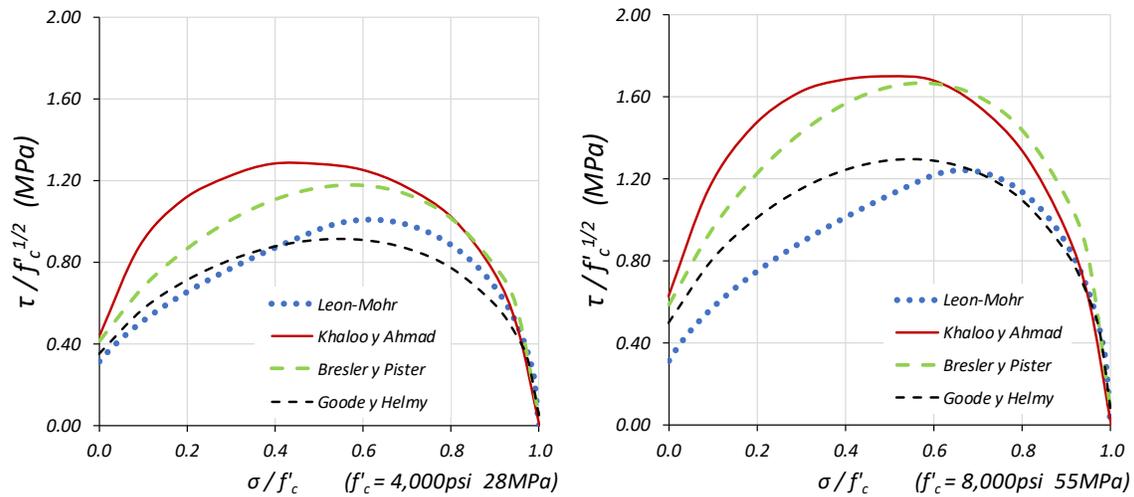


Figura 5.12 Comparativa de resistencia cortante-compresión en elementos de concreto simple aplicando diversos criterios de falla, para concretos con valores de f'_c iguales a 28 y 55 MPa. La resistencia en cortante se expresa como $\tau/f'_c^{1/2}$.

5.3.2.2 Base de datos de ensayos de elementos de concreto simple empleados para encontrar la relación esfuerzo cortante versus esfuerzos axiales de compresión en elementos de concreto simple

Bresler y Pister (1958) ensayaron a la falla 65 cilindros tubulares de concreto simple, con dimensiones 762 mm de longitud, diámetro exterior igual a 229 mm y diámetro interior igual a 152 mm. La resistencia a compresión de cilindros estándar para estos ensayos fue mayor que 20 MPa. El tamaño máximo del agregado empleado en la mezcla de concreto es de 13 mm, la relación de esta dimensión a espesor de la sección tubular es 1:3. Los ensayos se efectuaron en combinaciones de esfuerzos

normales en compresión, σ , y cortantes, τ , estos últimos producidos por aplicación de momento de torsión en los cilindros. Las mezclas de concreto empleadas fueron de tres tipos de resistencia especificada en compresión del concreto, f'_c , con valores de 20.7, 31 y 41.4 MPa. La Tabla 5.1 muestra los valores experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión obtenidos en la falla de los cilindros tubulares ensayados, los que se muestran en forma adimensional al ser divididos por f'_c .

Tabla 5.1 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Bresler y Pister (1958)

Espécimen	f'_c (MPa)	σ (MPa)	σ/f'_c	τ (MPa)	τ/f'_c
1	2	2	4	5	6
I 3C A	20.3	20.34	1.003	0	0
I 3C B	20.3	19.24	0.948	0	0
II 3C A	20.3	20.90	1.030	0	0
II 3C B	20.3	20.69	1.020	0	0
II 3T A	20.3	0	0	1.38	0.068
II 3T B	20.3	0	0	1.38	0.068
III 3T A	20.3	0	0	1.86	0.092
III 3T B	20.3	0	0	1.66	0.082
II 3TC.2 A	20.3	4.21	0.207	3.03	0.150
II 3TC.2 B	20.3	4.21	0.207	2.97	0.146
III 3TC.2 A	20.3	4.21	0.207	3.03	0.150
III 3TC.2 B	20.3	4.21	0.207	3.86	0.190
II 3TC.4 A	20.3	8.41	0.415	4.55	0.224
II 3TC.4 B	20.3	8.41	0.415	4.55	0.224
II 3TC.4 P	20.3	8.41	0.415	4.55	0.224
II 3TC.6 A	20.3	12.62	0.622	3.93	0.194
II 3TC.6 B	20.3	12.69	0.625	5.10	0.251
III 3TC.6 A	20.3	12.62	0.622	4.69	0.231
III 3TC.6 B	20.3	12.69	0.625	5.72	0.282
II 3TC.8 A	20.3	16.97	0.836	4.55	0.224
II 3TC.8 B	20.3	16.83	0.829	4.97	0.245
II 3TC.8 P	20.3	16.83	0.829	5.45	0.268
I 4.5C A	29.5	29.24	0.992	0	0
I 4.5C B	29.5	30.69	1.042	0	0
II 4.5C A	29.5	28.14	0.955	0	0
II 4.5C B	29.5	29.79	1.011	0	0
II 4.5T A	29.5	0	0	1.45	0.049
II 4.5T B	29.5	0	0	1.93	0.066
III 3T A	29.5	0	0	2.76	0.094
III 3T B	29.5	0	0	2.34	0.080
II 4.5TC.2 A	29.5	5.72	0.194	2.97	0.101
II 4.5TC.2 B	29.5	5.72	0.194	3.38	0.115

Tabla 5.1 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Bresler y Pister (1958) (Continuación)

Espécimen	f'_c (MPa)	σ (MPa)	σ/f'_c	τ (MPa)	τ/f'_c
II 4.5TC.4 A	29.5	0	0	0	0
II 4.5TC.4 B	29.5	11.45	0.389	6.34	0.215
III 4.5TC.4 P	29.5	11.52	0.391	5.72	0.194
III 4.5TC.4 A	29.5	11.45	0.389	6.83	0.232
II 4.5TC.6 A	29.5	17.17	0.583	6.34	0.215
II 4.5TC.6 B	29.5	17.31	0.587	7.93	0.269
III 4.5TC.6 A	29.5	17.17	0.583	7.38	0.250
II 4.5TC.8 A	29.5	23.24	0.789	5.52	0.187
II 4.5TC.8 B	29.5	23.03	0.782	7.03	0.239
III 4.5TC.8 A	29.5	23.10	0.784	7.79	0.264
III 4.5TC.8 P	29.5	22.90	0.777	3.38	0.115
I 6C A	39.4	35.66	0.905	0	0
I 6C B	0	30.55	0	0	0
II 6C A	39.4	38.41	0.975	0	0
II 6C B	39.4	42.83	1.088	0	0
III 6C A	39.4	41.24	1.047	0	0
III 6C B	39.4	38.76	0.984	0	0
II 6T A	39.4	0	0	2.34	0.060
II 6T B	39.4	0	0	1.86	0.047
III 6T A	39.4	0	0	3.17	0.081
III 6T B	39.4	0	0	3.17	0.081
II 6TC.2 A	39.4	8.14	0.207	5.86	0.149
II 6TC.2 B	39.4	8.14	0.207	5.45	0.138
II 6TC.4 A	39.4	11.45	0.291	5.93	0.151
II 6TC.4 B	39.4	11.45	0.291	6.00	0.152
III 6TC.4 A	39.4	16.21	0.412	7.45	0.189
III 6TC.4 B	39.4	16.21	0.412	8.28	0.210
II 6TC.6 A	39.4	24.14	0.613	6.07	0.154
II 6TC.6 B	39.4	24.28	0.616	7.45	0.189
III 6TC.6 A	39.4	24.41	0.620	8.07	0.205
II 6TC.8 A	39.4	32.69	0.830	5.52	0.140
II 6TC.8 B	39.4	32.41	0.823	6.90	0.175
III 6TC.8 B	39.4	32.48	0.825	7.38	0.187

Goode y Helmy (1967) ensayaron 32 cilindros tubulares de concreto, con resistencias f'_c en cilindros estándar mayores que 18 MPa. Los ensayos de estos autores fueron semejantes a los ensayados por Bresler y Pister (1958), con dimensiones 914 mm de longitud, 203 mm de diámetro exterior y 152 mm de diámetro interior. Las mezclas de concreto para estos elementos tuvieron valores de f'_c en el intervalo de 17.7 a 37.2 MPa (2,560 a 5,400 psi). La relación entre el tamaño máximo del agregado empleado en la mezcla de concreto y el espesor de la sección tubular es 1:2.7, por lo que este tamaño es 13 mm. La Tabla 5.2 muestra los valores experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión (C) obtenidos en la falla de los cilindros tubulares ensayados.

Tabla 5.2 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Goode y Helmy (1967)

	Espécimen	f'_c (MPa)	σ (MPa)	σ/f'_c	τ (MPa)	τ/f'_c
	1	2	3	4	5	6
A	C	37.2	37.24	1.000	0	0
	1	37.2	0	0	1.37	0.037
	2	37.2	0	0	1.78	0.048
	3	37.2	8.55	0.230	2.83	0.076
	C	36.6	36.55	1.000	0	0.
	4	36.6	17.59	0.481	4.88	0.133
	5	36.6	25.10	0.687	8.07	0.221
	6	36.6	30.07	0.823	7.86	0.215
	C	33.0	32.97	1.000	0	0
	7	33.0	18.07	0.548	5.66	0.172
	8	33.0	29.10	0.883	3.67	0.111
	9	33.0	11.03	0.335	5.77	0.175
B	C	33.4	33.38	1.000	0	0
	1	33.4	0	0	1.99	0.060
	2	33.4	7.52	0.225	3.46	0.104
	3	33.4	15.03	0.450	5.24	0.157
	C	32.8	32.76	1.000	0	0
	4	32.8	22.55	0.688	3.35	0.102
5	32.8	30.07	0.918	6.81	0.208	
6	32.8	22.55	0.688	4.72	0.144	
C	C	29.8	29.79	1.000	0	0
	1	29.8	0	0	2.14	0.072
	2	29.8	6.02	0.202	1.88	0.063
	3	29.8	12.07	0.405	5.24	0.176
	C	30.1	30.14	1.000	0	0
	4	30.1	18.07	0.600	5.55	0.184
	5	30.1	24.07	0.799	5.03	0.167
	6	30.1	27.10	0.899	5.24	0.174
	C	19.4	19.45	1.000	0	0
7	19.4	13.03	0.670	3.77	0.194	
8	19.4	15.03	0.773	3.14	0.162	
9	19.4	20.55	1.057	2.52	0.129	

Khaloo y Ahmad (1988) efectuaron ensayos de 13 cilindros sólidos de concreto, sometidos a la combinación de esfuerzos cortantes y de compresión, con dimensiones de 76 mm de diámetro y 152 mm de alto. Estos autores no dan información del tamaño del agregado empleado en la mezcla del concreto estudiado. La información de los especímenes ensayados por estos autores se obtuvo de la Figura 7 de Khaloo y Ahmad (1988). Esta información se resume en la Tabla 5.

Tabla 5.3 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Khaloo y Ahmad (1988)

f'_c (Mpa)	σ (MPa)	σ/f'_c	τ (MPa)	τ/f'_c
1	2	3	4	5
55.2	55.17	1.00	0	0
55.2	0	0	3.50	0.063
55.2	17.66	0.32	10.34	0.188
55.2	27.03	0.49	8.98	0.163
55.2	30.90	0.56	8.48	0.154
55.2	41.38	0.75	10.02	0.182
55.2	52.41	0.95	6.34	0.115
37.9	37.93	1.00	0	0
37.9	0	0	2.83	0.075
37.9	11.00	0.29	6.82	0.180
37.9	17.07	0.45	7.10	0.187
37.9	24.66	0.65	8.65	0.228
37.9	36.03	0.95	4.24	0.112

Además de las referencias de las tres bases de datos descritas, este estudio incluye la base de datos de Tsuboi y Suenaga (1960). Estos autores ensayaron 59 cilindros tubulares de concreto, con resistencias f'_c en cilindros estándar mayores que 20 MPa. Los ensayos de estos autores fueron semejantes a los de Bresler y Pister (1958), es decir se combinaron esfuerzos cortantes y de compresión hasta llegar a la falla. Los especímenes fueron de 380 mm de longitud, 210 mm de diámetro exterior y 170 mm de diámetro interior. La relación entre el tamaño máximo del agregado empleado en la mezcla de concreto y el espesor de la sección tubular es 1:2, por lo que este tamaño es 10 mm. (Goode y Helmy, 1967). La Tabla 5.4 muestra los valores experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión obtenidos en la falla de los cilindros tubulares ensayados. Los especímenes denominados con letra C corresponden a los que fueron ensayados sólo en compresión

Tabla 5.4 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Tsuboi y Suenaga (1960)

Espécimen	f'_c (MPa)	σ (MPa)	σ/f'_c	τ (MPa)	τ/f'_c
1	2	3	4	5	6
9-C	20.9	20.90	1.00	0	0
9-K	20.9	0	0	2.57	0.123
9-CK 1	20.9	3.00	0.14	3.02	0.144
9-CK 2	20.9	5.15	0.25	2.29	0.110
9-CK 3	20.9	10.30	0.49	4.03	0.193
9-CK 4	20.9	12.84	0.61	3.81	0.182

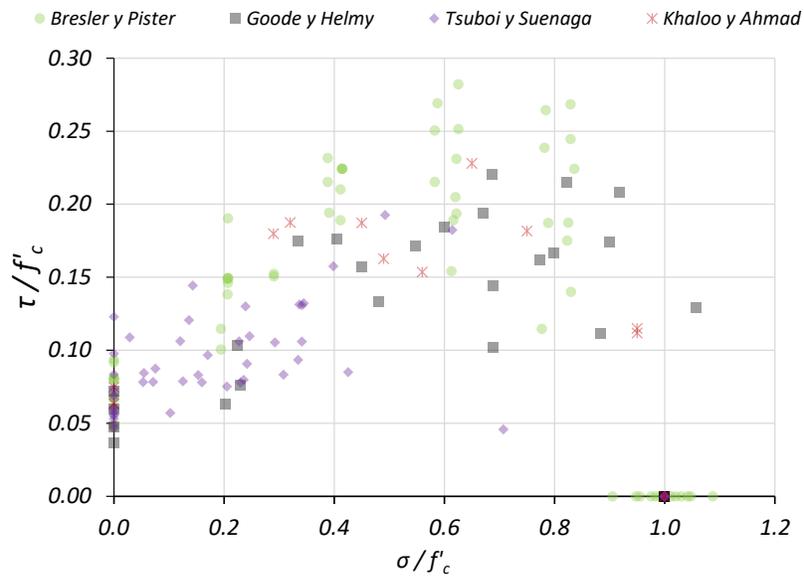
Tabla 5.4 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Tsuboi y Suenaga (1960) (Continuación)

Espécimen	f_c (MPa)	σ (MPa)	σ/f_c	τ (MPa)	τ/f_c
1	2	3	4	5	6
C	25.1	25.08	1.00	0	0
2-K	25.1	0	0.00	1.70	0.068
2-CK 1	25.1	3.43	0.14	3.03	0.121
2-CK 2	25.1	8.57	0.34	3.28	0.131
2-CK 3	25.1	5.99	0.24	3.26	0.130
C	26.1	26.10	1.00	0	0
3-K 1	26.1	0	0	1.46	0.056
3-K 2	26.1	0	0	1.22	0.047
C	26.4	26.40	1.00	0	0
4-K	26.4	0	0	1.53	0.058
4-CK 1	26.4	1.89	0.07	2.07	0.078
4-CK 2	26.4	8.13	0.31	2.20	0.083
C	27.5	27.52	1.00	0	0
5-K	27.5	0	0	2.69	0.098
5-CK 1	27.5	19.47	0.71	1.26	0.046
C	28.2	28.24	1.00	0	0
6-K	28.2	0	0	1.70	0.060
6-CK 1	28.2	1.54	0.05	2.39	0.084
6-CK 2	28.2	9.51	0.34	3.71	0.131
6-CK 3	28.2	6.42	0.23	3.00	0.106
C	30.2	30.17	1.00	0	0
1-K	30.2	0	0	1.85	0.061
C	32.2	32.21	1.00	0	0
16-K	32.2	0	0	2.69	0.084
16-CK 1	32.2	5.15	0.16	2.52	0.078
16-CK 2	32.2	12.84	0.40	5.08	0.158
16-CK 3	32.2	11.11	0.34	4.26	0.132
C	35.5	35.47	1.00	0	0
14-K	35.5	0	0	2.62	0.074
14-CK 1	35.5	1.03	0.03	3.86	0.109
14-CK 2	35.5	4.28	0.12	3.77	0.106
14-CK 3	35.5	8.57	0.24	3.22	0.091
14-CK 4	35.5	7.29	0.21	2.67	0.075
C	36.4	36.39	1.00	0	0
11-K	36.4	0	0	2.53	0.069
11-CK 1	36.4	8.57	0.24	2.91	0.080

Tabla 5.4 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Tsuboi y Suenaga (1960) (Continuación)

Espécimen	f_c (MPa)	σ (MPa)	σ/f_c	τ (MPa)	τ/f_c
1	2	3	4	5	6
C	37.6	37.61	1.00	0	0
15-K	37.6	0	0	1.85	0.049
15-CK 1	37.6	12.84	0.34	3.99	0.106
15-CK 2	37.6	6.42	0.17	3.64	0.097
C	40.3	40.27	1.00	0	0
12-K	40.3	0	0	2.14	0.053
12-CK 1	40.3	2.14	0.05	3.15	0.078
12-CK 2	40.3	4.12	0.10	2.30	0.057
12-CK 3	40.3	6.17	0.15	3.34	0.083
12-CK 4	40.3	9.26	0.23	3.14	0.078
C	41.0	40.98	1.00	0	0
13-K	41.0	0	0	2.26	0.055
13-CK 1	41.0	3.09	0.08	3.59	0.088
13-CK 2	41.0	5.15	0.13	3.23	0.079
13-CK 3	41.0	11.99	0.29	4.32	0.105
13-CK 4	41.0	13.71	0.33	3.83	0.094

La Figura 5.13 permite comparar resultados mostrados en las cuatro bases de datos mencionados.



a) Caso $q = 1$

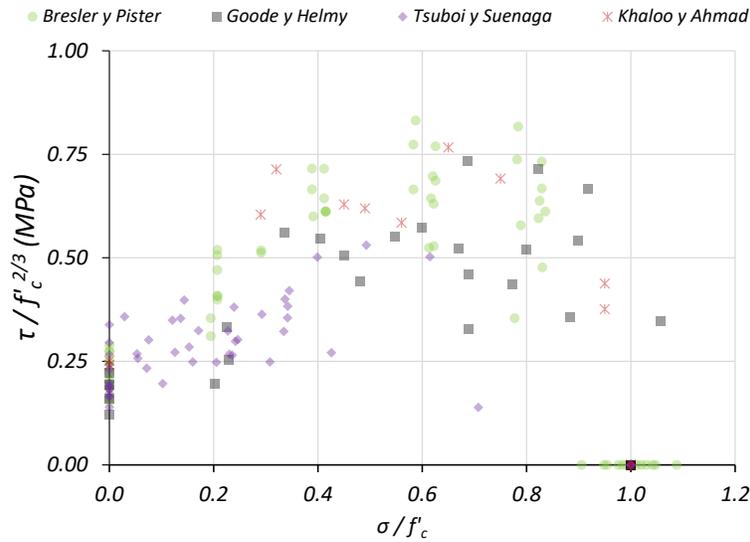
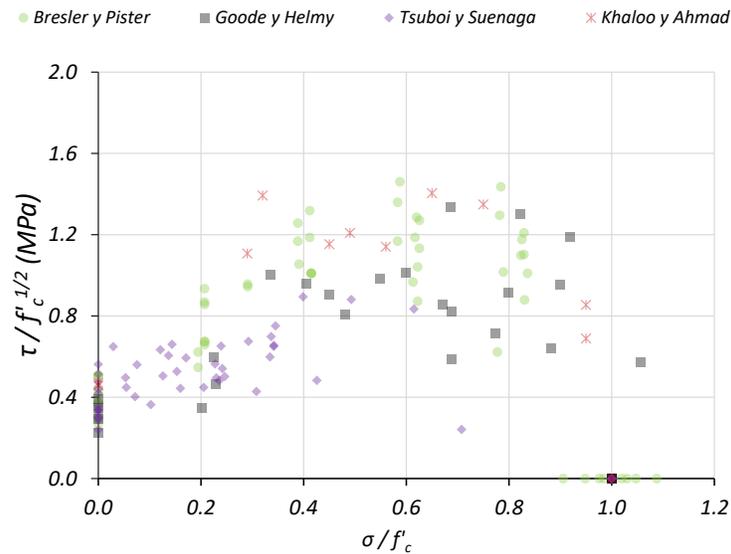
b) Caso $q = 2/3$ c) Caso $q = 1/2$

Figura 5.13 Resultados experimentales de concreto a compresión y cortante, por diferentes autores

Esta figura muestra la relación entre el esfuerzo cortante y el esfuerzo en compresión, correspondientes a la falla del elemento de concreto simple. Los valores de los esfuerzos normales, σ , en la Figura 5.13 se muestran en forma adimensional, en función de f'_c . Con el fin de conocer la variabilidad del esfuerzo cortante, τ , en función de la resistencia a compresión especificada del concreto f'_c , en la Figura 5.13(a), Figura 5.13(b) y Figura 5.13(c), el esfuerzo τ se expresa en la forma adimensional τ/f'_c^q , con valores $q=1, 2/3$ y $1/2$, respectivamente.

Los resultados de la Figura 5.13 se emplean en lo que sigue para proponer un modelo de predicción de resistencia a cortante debido a la contribución del concreto.

5.3.2.3 Modelo propuesto para la contribución del concreto a la resistencia a cortante

En la sección anterior se han analizado resultados experimentales de elementos de concreto simple sometidos a compresión y cortante en la condición de falla por cortante. Estos resultados muestran tres zonas de respuesta diferentes de la relación entre esfuerzo normal y esfuerzo cortante en la falla. En la primera zona, para valores de σ/f'_c aproximadamente menores que 0.4, $\tau/f'_c{}^q$ aumenta para incrementos de estos esfuerzos normales. En la segunda zona, los valores de $\tau/f'_c{}^q$ tienden a tener poca variación en el intervalo de σ/f'_c con valores entre 0.4 y 0.8. En la tercera zona, en el intervalo de σ/f'_c con valores mayores que alrededor de 0.8, los valores de $\tau/f'_c{}^q$ tienden a disminuir cuando aumenta σ/f'_c , tendiendo a 0 para valores de σ/f'_c cercanos a 1, Figura 5.13.

Como se muestra más adelante, para proponer un método de predicción de V_c , se estudia la relación entre $\tau/f'_c{}^q$ y σ/f'_c para estas zonas, empleando un procedimiento de optimización empleando para q los valores 1, 2/3 y 1/2.

Para el cómputo de V_c en columnas rectangulares de concreto reforzado, se considera la distribución elástica de cortante en la sección crítica de la columna, a mitad de altura de ella, y V_c se considera igual al esfuerzo cortante promedio, $2/3 \tau_{max}$, donde τ_{max} es el esfuerzo cortante resistente, multiplicado por el área A_g ,

$$V_c = \tau_{max} 2/3 A_g \quad (5.24)$$

En el método de predicción de V_c que se propone, se considera que τ_{max} se expresa en forma general en función de $(f'_c)^q$, y es igual a:

$$\tau_{max} = \tau^* (f'_c)^q \quad (5.25)$$

La Ec. (5.25) emplea el esfuerzo cortante resistente adimensional, τ^* , en tres zonas de variación de resistencia a cortante, que dependen de los valores de esfuerzos axiales de compresión. Los casos de la base de datos de columnas rectangulares de concreto reforzado que emplea este estudio caen en la zona ascendente de esfuerzos normales, dado que los valores de cargas axiales para esta base de datos no son altos, ver Tabla 3.2. Para la zona de esfuerzos axiales normalizados, σ/f'_c , en el intervalo 0 a 0.4, se propone la forma general:

$$\tau^* = m \frac{N_u}{A_t f'_c} + b_1 \quad (5.26)$$

Como muestra la sección 5.3.4, los valores de los parámetros m y b_1 se obtienen mediante un estudio de optimización para minimizar la diferencia entre los valores calculados de V_n con el método propuesto y los valores de la resistencia experimental a cortante de las columnas de la base de datos de este estudio, donde V_n se define como la suma de la resistencia V_c , obtenida empleando la Ec. (5.26), y la resistencia a cortante del refuerzo transversal que propone este trabajo, V_s .

En la Ec. (5.26) se considera que el esfuerzo a compresión en la columna causado por la carga axial N_u , se expresa en función del área transformada de la sección, A_t , por las razones anteriormente mencionadas. Con base en los resultados encontrados en la base de datos de columnas rectangulares de concreto reforzado, ver Tabla 3.2, para fines de diseño se propone considerar en la Ec. (5.26), que A_t es igual a $1.16 A_g$.

5.3.3. Contribución del acero de refuerzo transversal a la resistencia a cortante (V_s)

La Figura 5.14(a) muestra una columna de concreto reforzado en doble curvatura, de longitud $2L$, sometida a una carga lateral V y carga axial N_u . Para el estudio de la respuesta de la columna en flexión y cortante, se propone un modelo que considera en sus extremos la resultante de las fuerzas internas en tracción en el refuerzo longitudinal y en el concreto, T , así como la resultante de las fuerzas en compresión en este refuerzo y en el concreto, C (Presland, 1999), Figura 5.14. La fuerza T actúa en una barra con un área de acero equivalente y la identificamos como barra equivalente. En esta barra, la fuerza actuante es máxima en la sección de momento máximo de la columna, e igual a cero en el extremo opuesto de la barra, con longitud L_e , y como se comenta más adelante esta longitud debe ser mayor que L para que el refuerzo transversal pueda contribuir a la resistencia a cortante. La distancia de T al centroide de la sección en el extremo de la columna es αjd , y el brazo de palanca de esta fuerza es jd , ver Figura 5.14.

Para definir la distancia en la dirección longitudinal de la columna donde el refuerzo transversal contribuye a la resistencia en el modo de falla frágil por cortante, $2 \alpha jd \cot \theta$, ver Figura 5.14, se emplea el concepto de barra equivalente. Para ello de manera simplista se admite que el valor del momento correspondiente a este modo de falla se aproxima al momento flexionante en la condición de fluencia, M_y , en el extremo de la columna. Este momento se expresa en forma adimensional como (Guerrini y Restrepo, 2018):

$$\frac{M_y}{A_g h f'_c} = \left[\frac{T_y}{A_{st} f_y} \omega_l + \frac{N_u}{A_g f'_c} (1 - \alpha) \right] \frac{jd}{h} \quad (5.27)$$

donde A_{st} es el área total del acero de refuerzo longitudinal, y ω_l es la cuantía mecánica de refuerzo, que se define como:

$$\omega_l = \rho_l \frac{f_y}{f'_c} \quad (5.28)$$

El mecanismo de predicción de resistencia a cortante, V_s , que se propone en este trabajo se muestra de manera gráfica en la Figura 5.14, el cual se considera aplicable a los casos de columnas con relación a_v/h menor que 2, y con refuerzo longitudinal con longitud de desarrollo necesaria para evitar problemas de adherencia. La relación a_v/h menor que 2 permite considerar la hipótesis que en la columna se desarrolla un puntal curvo, con una parte recta en la parte central de la columna. Un extremo del refuerzo transversal se apoya en la parte curva del puntal, y el otro extremo de este refuerzo se apoya en la barra equivalente. La forma curva del puntal se requiere para que éste actúe en compresión y equilibre a las fuerzas del refuerzo transversal. Además, se considera que existen fuerzas en compresión con trayectorias en forma de abanico, que por ejemplo en la parte superior de la columna parten del punto A en la sección extrema de la columna, y se apoyan en el refuerzo transversal, Figura 5.14.

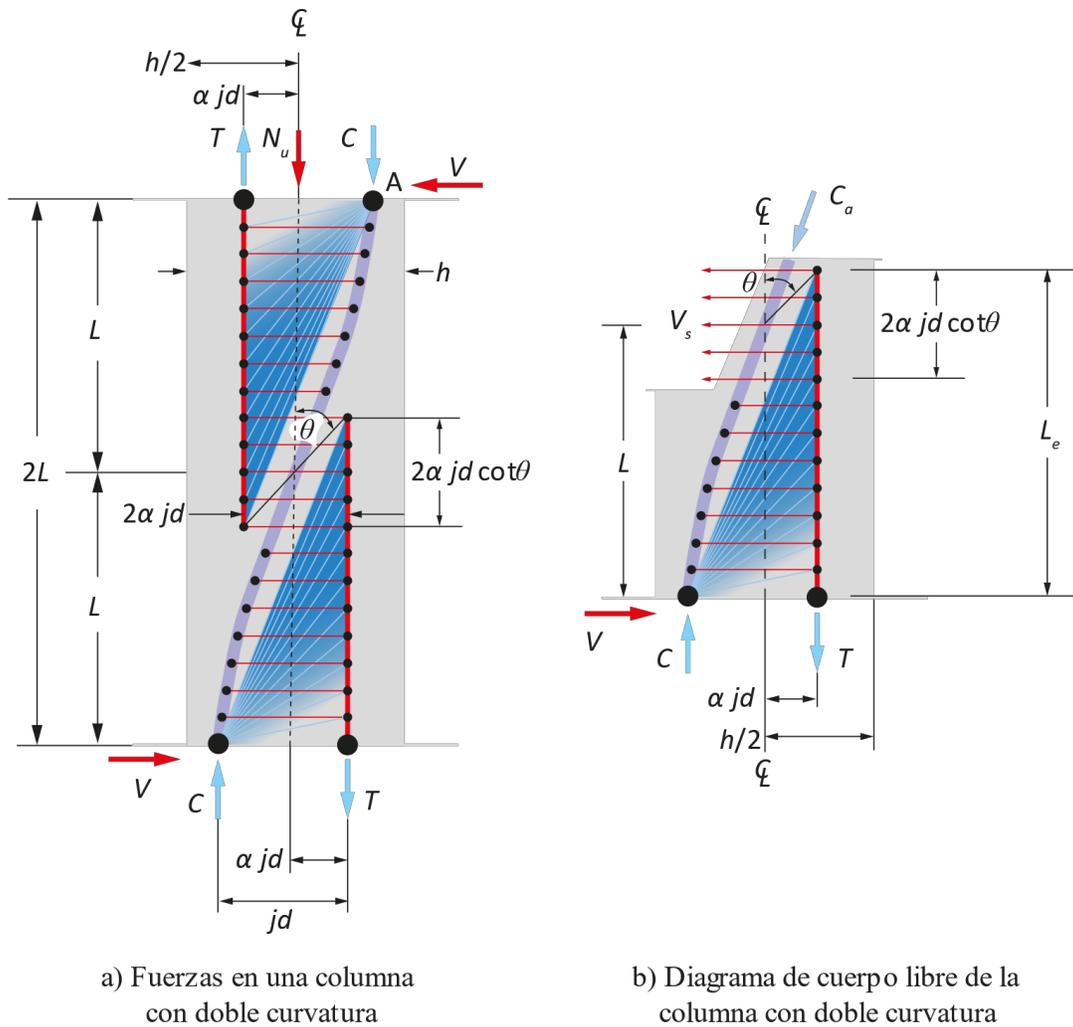


Figura 5.14 Mecanismo de armadura dado por la contribución del acero transversal a la resistencia a cortante, V_s

En la zona central de la columna, el puntal mencionado deja de ser curvo y se convierte en recto, debido a que el refuerzo transversal se apoya en las dos barras equivalentes, sin requerir cambio de la fuerza axial en el puntal. La distancia entre las dos barras equivalentes es igual a $2\alpha jd$. Esta distancia y la inclinación θ , ver Figura 5.14(a), permiten definir la distancia en la dirección longitudinal, $2\alpha jd \cot \theta$, donde se desarrolla la resistencia a cortante debida al refuerzo transversal, V_s . En este modelo, el refuerzo transversal participa en la resistencia a cortante, solo cuando la longitud de la barra equivalente, L_e , es mayor que L . Como muestra la Figura 5.14(b), L_e es igual a L más $\alpha jd \cot \theta$; además, a valores menores de θ , mayor longitud de columna donde participa el refuerzo transversal. Como muestra la sección 5.3.4, el valor del parámetro θ , que interviene en la definición de V_s , se obtiene mediante un procedimiento de optimización.

Considerando la contribución del refuerzo transversal en la longitud $2\alpha jd \cot \theta$, la fuerza cortante resistente, V_s , es:

$$V_s = A_v f_{yt} \frac{2\alpha jd}{s} \cot \theta \quad (5.29)$$

donde los parámetros α y jd están dado por (Guerrini y Restrepo, 2018),

$$\alpha = 0.76 \frac{N_u}{A_g f'_c} + 0.28 \quad (5.30)$$

$$jd = 0.65 h \quad (5.31)$$

5.3.3.1 Valores límites de $2\alpha jd$ y del ángulo θ

Como se muestra en lo siguiente, es necesario definir límites de la distancia $2\alpha jd$, así como del ángulo θ , lo que se elabora en lo siguiente.

Una sección cualquiera de una columna rectangular, con refuerzo transversal de diámetro d_{bt} , con un número de barras longitudinales igual a n_b , se puede representar con n_{be} barras equivalentes (Restrepo y Rodriguez, 2013), con diámetro d_{be} , donde,

$$d_{be} = 2 \sqrt{\frac{\rho_l A_g}{\pi n_{be}}} \quad (5.32)$$

La Figura 5.15 muestra el caso de 8 barras equivalentes ($n_{be}=8$), de diámetro d_{be} . La distancia entre los lechos extremos de estas barras, es igual a γ_{eh} , definida como,

$$\gamma_e h = h - [d_{be} + 2(d_{bt} + c_c)] \quad (5.33)$$

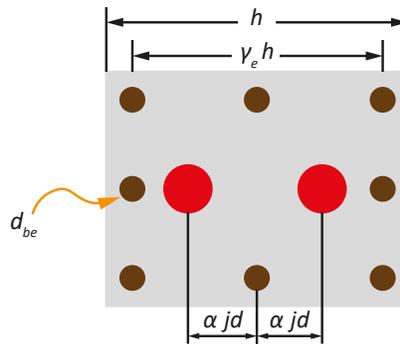


Figura 5.15 Sección transversal con ocho barras equivalentes transformadas a dos barras equivalentes

Para el empleo del modelo del mecanismo de resistencia a cortante que se propone para definir V_s , se requiere transformar las ocho barras equivalentes mencionadas, en solo dos barras equivalentes que considera el referido modelo, como muestra la Figura 5.14. Cada una de ellas (en rojo), representa cuatro de las ocho barras equivalentes (en café), Figura 5.15. Para definir la distancia $2\alpha jd$ entre las

dos barras equivalentes del modelo propuesto (Figura 5.14), se emplea el concepto de primer momento de área. En este concepto, para el caso de la mitad de la sección e la columna, intervienen tres de las ocho barras equivalentes, con una distancia al eje centroidal igual a $(\gamma_e h)/2$, y una barra del modelo propuesto (Figura 5.14), que representa a cuatro de las ocho barras equivalentes, con una distancia al eje centroidal igual a αjd . Empleando el concepto de primer momento de área,

$$3 \frac{\gamma_e h}{2} = 4\alpha jd$$

De la expresión anterior se obtiene

$$2\alpha jd = 0.75 \gamma_e h$$

La expresión anterior representa el límite superior de $2\alpha jd$, es decir reemplazando en la expresión anterior el valor de $\gamma_e h$ dado por la Ec. (5.33) se tiene,

$$2\alpha jd \leq 0.75 [h - (d_{be} + 2(d_{bt} + c_c))]$$

Con fines de diseño se propone considerar, de manera aproximada, $d_{be} = d_b$, por lo que de la expresión anterior, el valor máximo de $2\alpha jd$, $(2\alpha jd)_{max}$, es:

$$(2\alpha jd)_{max} = 0.75 [h - (d_b + 2(d_{bt} + c_c))] \quad (5.34)$$

El parámetro $2\alpha jd$ de la Ec. (5.29) queda definido por:

$$2\alpha jd = \min [(2\alpha jd)_{max}, 2\alpha jd] \quad (5.35)$$

donde en el corchete el valor de $(2\alpha jd)_{max}$ está dado por la Ec. (5.34), y $2\alpha jd$ se obtiene empleando las Ecs. (5.30) y (5.31).

Para el ángulo θ , que interviene en la Ec. (5.29), se propone,

$$\theta = \max [\arctan(h/2L), \theta_0] \quad (\text{grados}) \quad (5.36)$$

donde el valor θ_0 se obtendrá de un procedimiento de optimización que se describe en la sección 5.3.4. El límite de θ dado en la Ec. (5.36) toma en cuenta que, en una columna corta, por ejemplo, $a_v/h < 1.5$, la grieta diagonal en la falla por cortante, no puede tener una longitud mayor que la de la diagonal en la columna.

5.3.4. Procedimiento de optimización empleado para definir el método de predicción de la resistencia de columnas que tienen modo de falla frágil por cortante

Para proponer un método de predicción de la resistencia nominal a cortante, V_n , se emplean los mecanismos de resistencia a cortante, dados por el concreto y el refuerzo transversal, descritos en este capítulo. En este estudio se emplea un procedimiento de optimización, en el cual se minimiza las diferencias de resultados empleando el modelo propuesto, V_n , y los que muestran la base de datos, V_{test} .

Este procedimiento de optimización emplea el método de validación denominado *K-Fold* (Soper, 2021). En este método se divide la población total de datos en varios grupos, de ellos uno se emplea para la validación de los resultados, y los restantes para llevar a cabo la optimización, el proceso se repite hasta haber usado todos los grupos existentes para la validación.

Referente a la contribución del mecanismo del concreto para resistir la fuerza cortante en una columna, las Ecs. (5.25) y (5.26) muestran que el esfuerzo cortante τ^* depende de la relación $\tau / f_c'^q$, por ello en el procedimiento de validación se emplea para q valores iguales a 1, 2/3 y 1/2, con el fin de conocer cuál de estos valores lleva a la mejor predicción. Para conocer el valor de θ_0 , Ec. (5.36), que se emplea en la predicción de la contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante, Ec. (5.29), así como los valores de los parámetros m y b_l que intervienen en el mecanismo del concreto, Ec. (5.26), se lleva a cabo el procedimiento de validación *K-Fold*. En este procedimiento, los mencionados parámetros se optimizan para encontrar la menor diferencia entre los valores de la resistencia experimental, V_{test} , que muestra la base de datos, y los valores de la predicción de la resistencia nominal, V_n , empleando el método propuesto.

El método de validación *K-Fold* se lleva a cabo para cada valor específico de q , y consiste en dividir aleatoriamente la base de datos de las 38 columnas rectangulares en cinco grupos, los tres primeros grupos contienen ocho columnas y los dos grupos restantes, siete columnas. De estos cinco grupos se selecciona uno como objeto de validación, y cuatro grupos se emplean para hacer la optimización del modelo. El procedimiento se lleva a cabo para cinco combinaciones de grupos diferentes, el Apéndice C muestra los resultados del empleo del método *K-Fold* para cada uno de estos grupos. El promedio de las cinco combinaciones define los valores de los términos m , b_l y θ_0 , los cuales se muestran en la Tabla 5.5; además, esta tabla muestra las estadísticas correspondientes a la relación V_{test}/V_n para cada uno de los valores de q definidos.

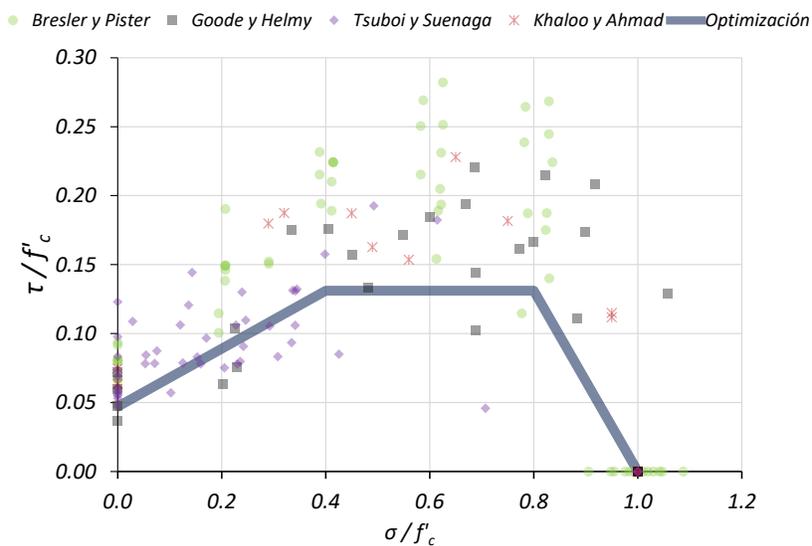
La Figura 5.16 muestra con líneas rectas los resultados obtenidos para $\tau / f_c'^q$ en función de esfuerzos normales σ/f_c' , correspondientes a cada valor de q empleando el procedimiento mencionado de optimización en el que se minimiza la diferencia entre V_{test} y V_n . Estos resultados se muestran en la Tabla 5. y se emplean para proponer expresiones de predicción de esfuerzos cortantes resistentes obtenidos con las Ecs. (5.25) y (5.26), empleando los valores de m y b_l . Estos valores corresponden a la parte ascendente de la curva trilineal que propone este estudio, y se considera aplicable en el intervalo de esfuerzos normales adimensionales $0 \leq \sigma/f_c' \leq 0.4$, que coincide con el intervalo esfuerzos axiales $N_u/(A_g f_c')$ que se encuentra en la base de datos de resultados de ensayos de columnas rectangulares que tienen modo de falla frágil por cortante que emplea este estudio.

La Figura 5.16 además muestra con marcadores resultados de valores de esfuerzos normales y cortantes en la falla para cuatro grupos de ensayos experimentales de cilindros tubulares y sólidos de concreto simple, descritos en la sección 0. En la Figura 5.16, los esfuerzos cortantes en forma dimensional $\tau / f_c'^q$ se muestran para los casos de q iguales a 1, 2/3 y 1/2.

Tabla 5.5 Resumen de resultados de optimización

	$q = 1/2$	$q = 2/3$	$q = 1$
θ_0	40	42	29
m	1.29	0.87	0.21
b_1	0.44	0.22	0.05
	V_{test}/V_n		
Promedio	1.00	1.00	1.10
Mediana	1.01	0.99	1.14
Desv. Est.	0.11	0.09	0.21
CV	0.11	0.09	0.19
Máximo	1.25	1.20	1.53
Mínimo	0.77	0.81	0.79
Perc. 25	0.93	0.94	0.90
Perc. 75	1.08	1.05	1.26

La comparación de los resultados del procedimiento de optimización mencionado y los resultados de ensayos experimentales de cilindros tubulares y sólidos de concreto simple mostrados en la Figura 5.16, indican que la predicción de resistencia a cortante con valores de m y b_1 obtenidos con q igual a $2/3$, es la que mejor se ajusta a estos resultados experimentales. Sin embargo, siguiendo la tendencia de normativas de diseño que se aplican en América, donde se emplea $\sqrt{f'_c}$ para el cómputo de la resistencia a cortante del concreto, este estudio propone que para el cómputo de la resistencia nominal a cortante de columnas se emplee para q el valor $1/2$.

a) Caso $q=1$

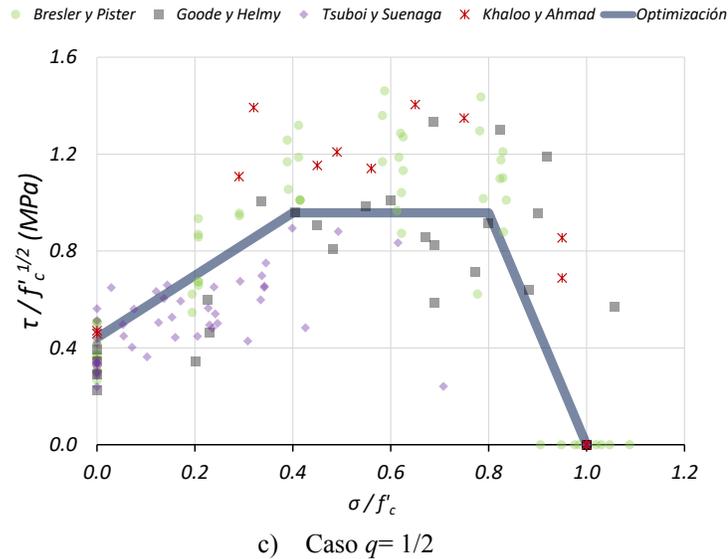
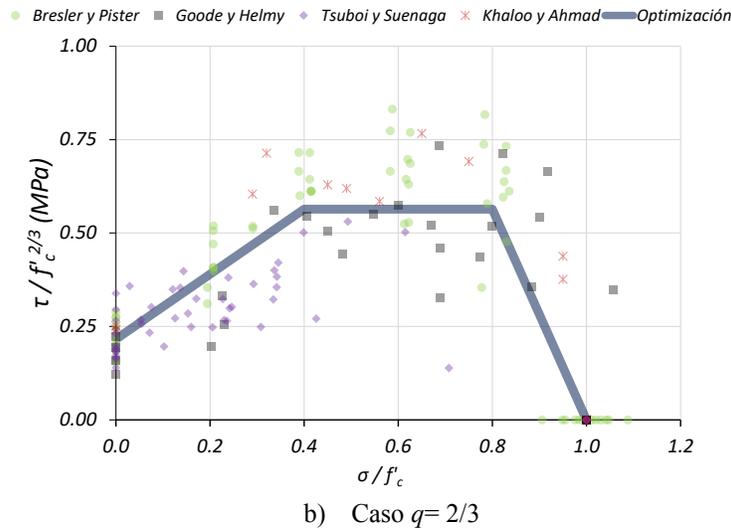


Figura 5.16 Predicción de esfuerzos cortantes resistentes empleando el modelo propuesto para un modelo trilineal, para los valores de q considerados, y resultados experimentales de elementos de concreto simple que fallan por cortante

Para el intervalo $0.4 < \sigma/f_c \leq 0.8$ se propone un valor constante para la resistencia a cortante $\tau / (f_c')^{1/2}$, igual a 0.96, dado que la base de datos de columnas que emplea este trabajo no cuenta con especímenes con carga axial en el mencionado intervalo. Como muestra la Figura 5.16, el valor propuesto se acerca razonablemente a los resultados experimentales correspondientes a la base de datos de ensayos de cilindros tubulares y sólidos de concreto simple, descritos en la sección 5.3.2.2. Además, en el intervalo

$0.8 < \sigma/f'_c \leq 1.0$ la resistencia $\tau / (f'_c)^{1/2}$ podría variar linealmente de 0.96 a 0. En realidad, en una buena práctica de diseño sismorresistente de edificaciones, es deseable que las columnas no caigan en este intervalo de relaciones de cargas axiales, porque generalmente lleva a que tengan poca capacidad de deformación lateral.

5.3.5. Método que se propone para la predicción de la resistencia nominal a cortante de columnas rectangulares de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante

Este trabajo propone que el método para el cómputo de la resistencia nominal a cortante, V_n , en columnas rectangulares de concreto reforzado, con modo de falla frágil por cortante, está dado por la suma de la contribución del mecanismo del concreto, V_c , y la contribución del mecanismo del acero de refuerzo transversal, V_s , multiplicados por el factor ψ , que toma en cuenta la influencia del factor de tamaño en la resistencia a cortante de columnas, lo que lleva a:

$$V_n = \psi (V_c + V_s) \quad (5.37)$$

El efecto de tamaño en la resistencia a cortante de elementos de concreto reforzado ha sido muy poco estudiado; sin embargo, hay evidencias que para elementos estructurales con secciones transversales mayores que 1 m, existe efecto de tamaño que causa la disminución de esta resistencia (Yu y Bazant, 2011). La base de datos de columnas rectangulares de concreto reforzado en estudio no cuenta con columnas con secciones de dimensiones mayores que 1 m, que permitan el estudio del efecto de tamaño. Por las razones mencionadas, para columnas con dimensiones menores que 1 m se propone considerar que el valor del factor ψ es igual a 1.

En lo que sigue, se presentan las expresiones que se emplean en el método propuesto, algunas de las cuales ya se han mostrado antes, pero se repiten para facilidad de presentación del método.

El estudio paramétrico descrito en la sección anterior, empleó la relación $\tau / f'_c{}^q$, y se encontró que la mejor predicción de resultados con el modelo propuesto corresponde a $q=2/3$; sin embargo, se recomendó emplear $q=1/2$.

El inciso 5.1 de este capítulo muestra que la fuerza cortante resistente dada por la contribución del mecanismo de concreto, V_c , es igual al producto del esfuerzo cortante promedio, $2/3 \tau_{max}$, y el área de la sección A_g , Ec. (5.24),

$$V_c = 2/3 \tau_{max} A_g$$

El esfuerzo cortante, τ_{max} , se define con la Ec. (5.25) haciendo $q=1/2$,

$$\tau_{max} = \tau * \sqrt{f'_c} \quad (5.38)$$

donde en el intervalo $0 \leq \sigma/f'_c \leq 0.4$, τ^* se define con la Ec. (5.26), y los resultados para m y b_l se obtuvieron del procedimiento de optimización (sección 5.3.4), y fueron $m= 1.29$ y $b_l= 0.44$, correspondientes al caso $q= 1/2$, Tabla 5.5, lo que lleva a,

$$\tau^* = \min\left(1.29 \frac{N_u}{A_t f'_c} + 0.44, 0.96\right) \quad (5.39)$$

El valor de τ^* en el intervalo $0.4 \leq \sigma/f'_c \leq 0.8$ es 0.96. Esto lleva a que la Ec. (5.39) se aplica para $0 < \sigma/f'_c \leq 0.8$.

La zona descendente de τ^* en el intervalo $0.8 \leq \sigma/f'_c$ no está incluida en la Ec. (5.39), ya que columnas con esfuerzos axiales en el referido intervalo, no deben existir en la práctica, particularmente en zonas sísmicas, debido a su poca o nula capacidad de deformación lateral.

La contribución del mecanismo del acero de refuerzo transversal para resistir cortante, V_s , de acuerdo con la sección 5.3.3, Ec. (5.29), es igual a,

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} 2\alpha jd}{s \tan \theta}$$

En la expresión anterior, el parámetro $2\alpha jd$, de acuerdo con la Ec. (5.35), es igual a,

$$2\alpha jd = \min\left((2\alpha jd)_{\max}, 2\alpha jd\right)$$

donde el valor de $(2\alpha jd)_{\max}$ está dado por la Ec. (5.34),

$$(2\alpha jd)_{\max} = 0.75\left[h - (d_b + 2(d_{bt} + c_c))\right]$$

y $2\alpha jd$ en el corchete de la Ec. (5.35) se obtiene empleando las Ecs. (5.30) y (5.31).

El ángulo θ_0 que interviene en la Ec. (5.36), se obtiene del procedimiento de optimización empleado (sección 5.3.4), para el caso $q= 1/2$ se encontró $\theta_0 = 40$ grados, Tabla 5.5, con lo que la Ec. (5.36) se convierte en,

$$\theta = \max\left(\arctan(h/2L), 40\right) \quad (\text{grados}) \quad (5.40)$$

La Figura 5.17 muestra con marcadores en círculos sin relleno, resultados de la contribución de la resistencia a esfuerzo cortante adimensional del concreto, $\tau_{\max}/\sqrt{f'_c}$, obtenidos con el método propuesto, para el caso de las columnas de la base de datos. Restando a la resistencia experimental a cortante V_{test} , el valor de la predicción de la resistencia a cortante del refuerzo transversal, V_s , se obtiene la resistencia a cortante del concreto, V_c . Con el valor de V_c y la Ec. (5.24), se obtiene τ_{\max} . Estos resultados se comparan con los resultados de resistencia a cortante experimentales de elementos de concreto simple correspondientes a las cuatro bases de datos de elementos de concreto descritas en la sección 0. Esta comparativa indica que los resultados mencionados empleando la base de datos de columnas, siguen la tendencia de la relación esfuerzo cortante y normal a la falla observados experimentalmente en elementos de concreto simple.

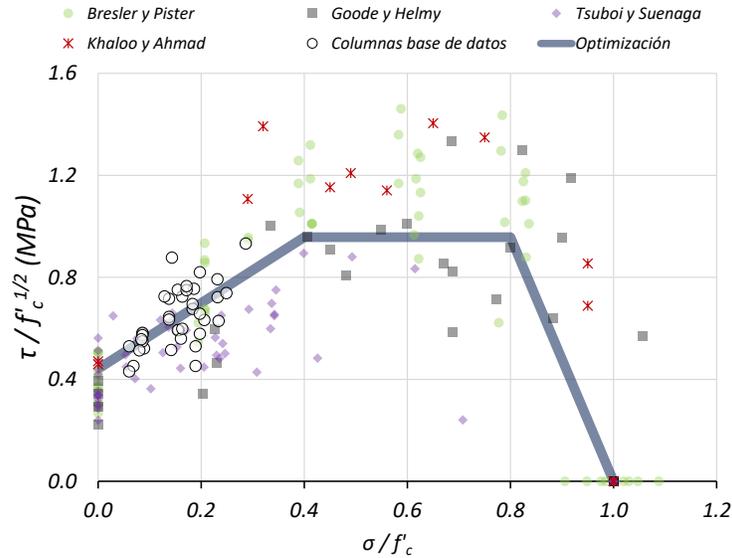


Figura 5.17 Comparativa de resultados del cómputo de la contribución del concreto a la resistencia a cortante empleando el método propuesto y resultados experimentales de elementos de concreto simple

5.3.6. Ejemplo de aplicación para el cómputo de la resistencia a cortante

Esta sección muestra un ejemplo detallado de la aplicación del método propuesto para la predicción de la resistencia de columnas que tienen modo de falla frágil por cortante. Se emplea el caso de la columna Unit 1-1 (Bett et al., 1985) perteneciente a la base de datos de columnas rectangulares de este estudio.

Las propiedades más relevantes de la columna se encuentran en las Tablas 3.1 y 3.2. Sin embargo, para el desarrollo del ejemplo se vuelve a mostrar los datos requeridos. La columna tiene sección transversal de 305 mm x 305 mm y claro de cortante de 457 mm, con recubrimiento al exterior del refuerzo transversal de 25.4 mm, tiene 8 barras longitudinales con $d_b = 19.1$ mm, el número efectivo ramas del refuerzo transversal es 3.41 con $d_{bt} = 6.4$ mm y espaciados a 210 mm. El valor de la carga axial es de 288 kN ($N_u/(A_g f'_c) = 0.1$). Además, se tienen las siguientes resistencias medidas, $f'_c = 29.9$ MPa, $f_y = 462$ MPa y $f_{yt} = 414$ MPa.

El procedimiento para calcular V_n con el modelo propuesto es el siguiente:

- a) Cómputo de V_c

De acuerdo con lo propuesto en la sección 5.3.2.3:

$$A_t = 1.16 A_g = 1.16 (93025 \text{ mm}^2) = 1.08 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

de la Ec. (5.39)

$$\tau^* = \min \left(1.29 \frac{N_u}{A_t f'_c} + 0.44, 0.96 \right) = \min (1.29 \cdot 0.17 + 0.44, 0.96) = 0.55$$

de la Ec. (5.38)

$$\tau_{max} = \tau * \sqrt{f'_c} = 0.55 \cdot \sqrt{29.9} = 3.036 \text{ MPa}$$

de la Ec. (5.24)

$$V_c = \frac{2}{3} \tau_{max} A_g = \frac{2}{3} \cdot 3.036 \text{ MPa} \cdot 93025 \text{ mm}^2 = 188.3 \text{ kN}$$

b) Cómputo de V_s

De la Ec. (5.40)

$$\theta = \max \left(\tan^{-1} \left(\frac{h}{2L} \right), 40 \right) = \max \left(\tan^{-1} \left(\frac{305 \text{ mm}}{2 \cdot 457 \text{ mm}} \right), 40 \right) = \max (18, 40) = 40 \text{ (grados)}$$

de la Ec. (5.34)

$$(2\alpha jd)_{max} = 0.75 (h - (d_b + 2(d_{bt} + c_c)))$$

$$(2\alpha jd)_{max} = 0.75 (305 \text{ mm} - (19.1 \text{ mm} + (6.4 \text{ mm} + 25.4 \text{ mm}))) = 167 \text{ mm}$$

de la Ec. (5.30)

$$\alpha = 0.76 \frac{N_u}{A_g f'_c} + 0.28 = 0.76 \cdot 0.1 + 0.28 = 0.36$$

de la Ec. (5.31)

$$jd = 0.65 h = 0.65 \cdot 305 \text{ mm} = 198.3 \text{ mm}$$

de la Ec. (5.35)

$$2\alpha jd = \min ((2\alpha jd)_{max}, 2\alpha jd) = \min (167 \text{ mm}, 2 \cdot 0.36 \cdot 198.3 \text{ mm}) = 142 \text{ mm}$$

de la Ec. (5.29)

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} 2\alpha jd}{s \tan(\theta)} = \frac{109.8 \text{ mm}^2 \cdot 414 \text{ MPa} \cdot 142 \text{ mm}}{210 \text{ mm} \cdot \tan(40)} = 36.7 \text{ kN}$$

donde,

$$A_v = \frac{d_{bt}^2 \pi}{4} \text{ No.ramas} = \frac{(6.4 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3.41 = 109.8 \text{ mm}^2$$

c) Cómputo de V_n

de la Ec. (5.37)

$$V_n = \psi (V_c + V_s) = 1(188.3 \text{ kN} + 36.7 \text{ kN}) = 225 \text{ kN}$$

Es de interés mencionar que el valor experimental de la resistencia de esta columna, V_{test} , es 214 kN, es decir $V_{test} / V_n = 0.95$.

5.4. Validación del método propuesto empleando resultados experimentales de columnas no incluidas en la obtención de este método

En el Capítulo 3 se muestra una base de datos de 5 columnas, que no forman parte de la base de datos de 38 columnas empleada para la obtención del método. La Tabla 3.3 y Tabla 3.4, muestran las propiedades de estas 5 columnas que se emplean para validar el método propuesto.

La Tabla 5.6 muestra un resumen de las propiedades de la base de datos que aquí se emplean para la validación del método, así como la resistencia lateral experimental, V_{test} , y la relación de ésta con la resistencia a cortante obtenida con el método propuesto, V_n , para cada una de las 5 columnas que se evalúan.

Tabla 5.6 Resultados para comprobación del método propuesto

No.	Nombre	h (mm)	b_w (mm)	\hat{f}'_c (MPa)	\hat{f}'_y (MPa)	\hat{f}'_{yt} (MPa)	ρ_l (%)	$N_u / (A_g \hat{f}'_c)$	ρ_v (%)	V_{test} (kN)	V_{test}/V_n
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V1	PG1.7	450	450	25.0	383	399	1.7%	0.18	0.58%	637	0.87
V2	PG3.0	450	450	25.0	383	399	2.9%	0.18	0.58%	750	1.02
V3	PG4.7	270	270	31.4	407	424	4.7%	0.19	0.47%	267	1.02
V4	PG6.4	270	270	31.4	388	424	6.3%	0.19	0.47%	267	1.02
V5	PG8.3	270	270	31.4	383	424	8.1%	0.19	0.47%	284	1.08
										Promedio	1.00
										Desv. Est.	0.08
										Min.	0.87
										Perc. 25	0.94
										Mediana	1.02
										Perc. 75	1.05
										Max.	1.08

La Tabla 5.6 muestra estadísticas de la relación V_{test}/V_n , las que sugieren que el método propuesto lleva a una buena predicción de resultados. Las cinco columnas mencionadas tienen en general valores altos de ρ_l , en el intervalo 1.7% a 8.1%, lo que permite observar que, a mayor valor de la cuantía de refuerzo longitudinal, el modelo propuesto subestima ligeramente el valor de V_n . Los resultados de estas cinco columnas sugieren que el modelo de la contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante de una columna podría mejorar ligeramente si se considera la participación de ρ_l en una expresión para el cómputo de la resistencia a cortante en columnas.

5.5. Comparativa de la predicción de la resistencia nominal a cortante de columnas rectangulares de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante empleando métodos existentes y el método propuesto

La Tabla 5.7 muestra la relación V_{test}/V_n obtenidas al aplicar cada uno de los métodos evaluados en el Capítulo 4, Tabla 4.1, con la única diferencia que en la columna l) de la Tabla 5.7 se incluye el modelo propuesto en este trabajo.

Tabla 5.7 Resistencia lateral experimental V_{test} y relación V_{test}/V_n . a) Priestley et al. (1994), b) Bentz (2000), c) Priestley et al. (2007), d) Pan y Li (2013), e) ASCE 41-13 (2014), f) Pujol et al. (2016), g) NTC-C (2017), h) ASCE 41-17 (2017), i) Hua et al. (2019), j) ACI 318-19 A (2019), k) ACI 318-19 B (2019) y l) Modelo propuesto

No.	Nombre	V_{test} (kN)	V_{test}/V_n											
			a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)	l)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	CUS	323	0.53	1.19	0.55	0.72	0.90	0.84	1.06	0.90	0.64	1.07	1.08	0.89
2	UNIT_1_1	214	0.76	1.22	0.67	0.95	1.06	1.08	1.80	1.20	0.80	1.45	1.52	0.95
3	D1	327	0.68	1.16	0.72	0.94	1.17	1.16	1.85	1.17	0.84	1.36	1.44	1.08
4	D11	245	0.83	1.49	0.75	1.12	1.17	1.26	2.47	1.17	0.86	1.44	1.52	1.00
5	D12	251	0.85	1.47	0.77	1.14	1.20	1.29	2.53	1.20	0.88	1.47	1.56	1.03
6	D13	266	0.64	0.95	0.65	0.99	0.96	0.94	1.52	0.96	0.76	1.10	1.15	0.88
7	D16	340	0.71	1.13	0.75	0.99	1.23	1.22	1.94	1.23	0.93	1.41	1.50	1.13
8	N-27C	263	0.79	1.35	0.73	1.14	1.14	1.19	2.17	1.14	0.87	1.29	1.34	0.98
9	SC-1.7-0.20	294	0.80	1.43	0.80	1.13	1.16	1.14	2.16	1.16	0.89	1.39	1.49	0.93
10	B-1	175	0.82	1.54	0.76	1.07	1.11	1.32	2.86	1.11	0.87	*	*	0.86
11	A1	570	0.81	1.69	0.82	0.86	1.34	1.53	3.07	1.42	0.75	1.75	2.02	1.14
12	B4	578	0.70	1.29	0.71	0.84	1.15	1.22	2.09	1.15	0.65	1.46	1.57	1.04
13	C1	687	0.63	1.12	0.65	0.82	1.05	1.07	1.51	1.05	0.78	1.27	1.32	1.02
14	S100	522	0.65	1.16	0.66	0.77	1.07	1.12	1.93	1.07	0.66	1.32	1.43	0.94

Tabla 5.7 Resistencia lateral experimental V_{test} y relación V_{test}/V_n . a) Priestley et al. (1994), b) Bentz (2000), c) Priestley et al. (2007), d) Pan y Li (2013), e) ASCE 41-13 (2014), f) Pujol et al. (2016), g) NTC-C (2017), h) ASCE 41-17 (2017), i) Hua et al. (2019), j) ACI 318-19 A (2019), k) ACI 318-19 B (2019) y l) Modelo propuesto (Cont.)

15	120C-U	280	0.64	0.99	0.63	0.94	0.97	0.94	1.49	0.97	0.77	1.16	1.20	0.90
16	2C	222	0.67	1.15	0.63	0.74	1.07	1.12	1.94	1.07	0.63	1.33	1.38	0.93
17	3C	264	0.68	1.29	0.65	0.82	1.14	1.18	2.16	1.14	0.70	1.26	1.31	0.97
18	2C13	260	0.77	1.34	0.76	0.91	1.25	1.37	2.48	1.25	0.73	1.56	1.69	1.09
19	2CUS	400	0.67	1.25	0.66	0.88	1.16	1.07	1.57	1.16	0.65	1.35	1.35	1.06
20	A-1	1578	0.71	1.16	0.64	0.83	1.03	0.93	1.53	1.24	0.75	1.37	1.35	1.04
21	A-2	1638	0.71	1.16	0.64	0.84	1.03	0.93	1.52	1.23	0.75	1.36	1.34	1.05
22	A-3	1772	0.64	0.93	0.61	0.81	0.97	0.84	1.32	0.97	0.74	1.25	1.24	1.03
23	A-4	1781	0.62	0.90	0.59	0.79	0.93	0.81	1.26	0.93	0.70	1.20	1.19	1.00
24	B-1	2078	0.73	1.34	0.68	0.93	1.11	1.01	1.60	1.29	0.80	1.37	1.37	1.17
25	B-2	2298	0.70	1.34	0.65	0.88	1.07	0.97	1.47	1.21	0.76	1.40	1.40	1.15
26	B-3	2418	0.65	1.07	0.63	0.91	1.03	0.87	1.35	1.03	0.76	1.31	1.31	1.10
27	B-4	2528	0.65	1.09	0.64	0.92	1.03	0.87	1.34	1.03	0.76	1.34	1.34	1.12
28	4DH	772	0.56	0.86	0.66	0.89	0.94	0.74	1.15	0.94	0.77	0.94	0.95	0.78
29	4NL	467	0.80	1.34	0.85	0.93	1.22	0.95	1.75	1.22	0.93	1.48	1.48	0.87
30	4NH	661	0.83	1.50	0.89	1.14	1.30	1.08	2.05	1.30	0.97	1.27	1.29	0.91
31	3DL	766	0.64	0.91	0.63	0.81	0.98	0.91	1.25	0.98	0.78	1.29	1.29	1.02
32	3DH	845	0.57	0.91	0.59	0.85	0.91	0.81	1.27	0.91	0.70	1.03	1.04	0.85
33	3NL	471	0.74	1.26	0.62	0.75	0.99	0.94	1.70	0.99	0.71	1.46	1.46	0.85
34	3NH	699	0.78	1.42	0.69	0.95	1.12	1.13	2.12	1.12	0.87	1.33	1.35	0.95
35	C-S-L	1468	0.96	1.81	0.97	1.02	1.40	1.22	2.38	1.40	1.02	*	*	0.95
36	C-FS-L	1708	0.88	1.37	0.93	1.15	1.36	1.08	1.99	1.36	1.01	1.60	1.62	1.02
37	C62	758	0.71	1.07	0.70	1.13	1.15	0.97	1.42	1.15	0.91	1.39	1.39	1.27
38	C32	801	0.59	1.01	0.62	0.99	1.01	0.79	1.17	1.01	0.83	1.32	1.32	1.11
	Promedio		0.71	1.23	0.70	0.93	1.10	1.05	1.80	1.13	0.79	1.34	1.38	1.00
	Desv. Est.		0.09	0.22	0.10	0.13	0.13	0.18	0.49	0.14	0.10	0.34	0.36	0.11
	Min.		0.53	0.86	0.55	0.72	0.90	0.74	1.06	0.90	0.63	0.94	0.95	0.78
	Perc. 25		0.64	1.07	0.63	0.83	1.00	0.92	1.40	1.00	0.73	1.27	1.29	0.93
	Mediana		0.70	1.21	0.66	0.92	1.09	1.07	1.72	1.14	0.77	1.34	1.35	1.01
	Perc. 75		0.80	1.35	0.75	1.00	1.17	1.18	2.13	1.22	0.87	1.43	1.49	1.08
	Max.		0.96	1.81	0.97	1.15	1.40	1.53	3.07	1.42	1.02	1.75	2.02	1.27

Nota: * $A_v < A_{v,min}$

La Figura 5.18 muestra el diagrama de cajas mostrado en el Capítulo 4, con la diferencia que esta figura incluye el método propuesto. Los resultados de la Figura 5.18 muestran que, el cociente V_{test}/V_n para el método propuesto tiene una mediana muy cercana a 1.0, y uno de los valores de IIC más

pequeños, 14%. Estos resultados indican que el método propuesto para la predicción de la resistencia de columnas de la base de datos lleva a mejores predicciones que las obtenidas con los diversos métodos considerados. Además, el método propuesto aplicado a cinco columnas experimentales con modo de falla frágil por cortante, que no fueron consideradas en la base de datos empleada para obtener el referido método, lleva a predicciones de resistencia muy cercanas a los resultados experimentales.

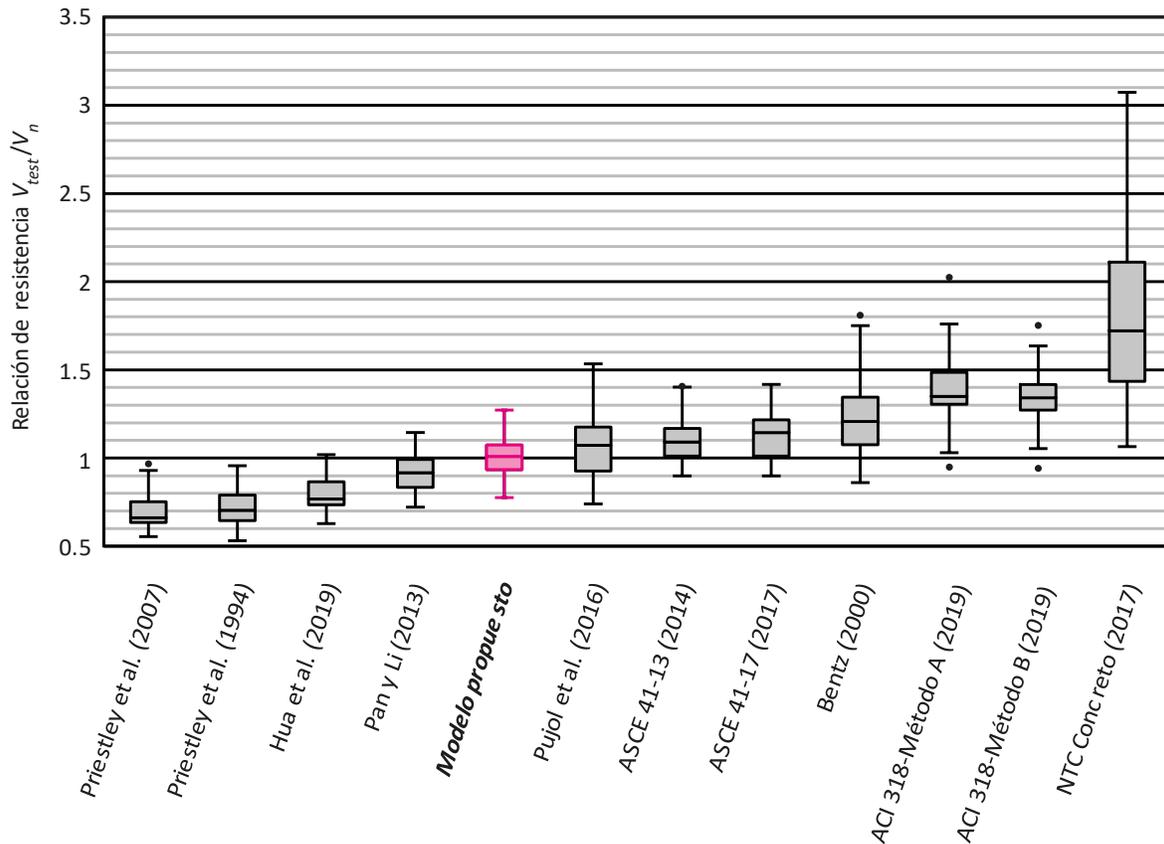


Figura 5.18 Diagramas de caja de resultados la relación V_{test}/V_n empleando los métodos de predicción de resistencia a cortante revisados en este trabajo e incluyendo el método propuesto, aplicados a la base de datos de 38 columnas

6. Carga lateral–distorsión de columnas de CR sometidas a acciones sísmicas, con falla frágil por cortante

Este capítulo estudia el problema de la definición de curvas carga lateral-distorsión de columnas sometidas a acciones sísmicas que tienen el modo de falla frágil por cortante. Para los casos de análisis sísmico no lineal de edificios de concreto reforzado, para columnas la ASCE 41-17 especifica el empleo de curvas carga lateral-distorsión, el cual se describe en este capítulo. También se describe un método que se propone en este trabajo.

El Capítulo 7 muestra resultados de la aplicación de ambos métodos, tanto para la base de datos que emplea este estudio, como para casos teóricos de algunas columnas propuestas para este estudio, que se pueden considerar representativas de casos de la práctica.

6.1. Método de la ASCE 41-17 para definir curvas carga lateral-distorsión de columnas rectangulares de concreto reforzado sometidas a acciones sísmicas

La ASCE 41-17 especifica un método para definir curvas carga lateral-distorsión de columnas rectangulares de concreto reforzado sometidas a acciones sísmicas. La Figura 6.1 muestra la forma de la relación carga lateral–distorsión especificada por la ASCE 41-17, así como los parámetros a , b y c que se emplean.

La resistencia lateral relativa $Q/Q_y = 1$ en la Figura 6.1 corresponde al valor de fluencia. En este trabajo se considera que Q_y corresponde a la resistencia a cortante esperada especificada por la ASCE 41.17, V_{Col} , que en este trabajo se identifica como la resistencia nominal, V_n , definida en la Ec. (2.54). La Tabla 6.1 muestra las expresiones empleadas para obtener las distorsiones a y b , y la resistencia residual, c , expresada como fracción de Q_y . Para el cómputo del parámetro b sólo se muestra la expresión de la ASCE 41.17 para la condición $N_u/(A_g f'_c) \leq 0.5$, debido a que la base de datos empleada en esta investigación solo tiene columnas con relación de carga axial en este intervalo.

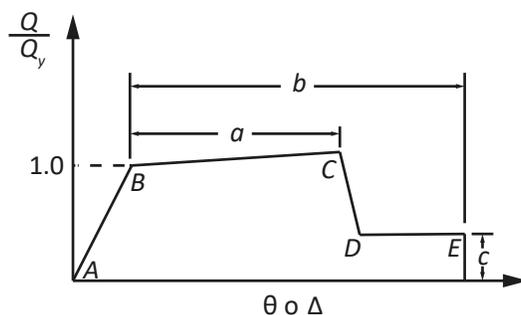


Figura 6.1 Relación carga lateral relativa –distorsión. Figura 10-1 de la ASCE 41-17.

De acuerdo con la sección C10.4.2.2.2 de la ASCE 41-17, la distancia a es la deformación no lineal de la columna a partir de la cual se inicia a una caída de la resistencia igual al 20% o más de la resistencia lateral.

Tabla 6.1 Expresiones de la Tabla 10-8 del ASCE 41-17 para el cómputo de las distorsiones a y b , y el parámetro c , de la curva carga lateral - distorsión

Parámetro	Expresión
a	$\left(0.042 - 0.043 \frac{N_u}{A_g f'_c} + 0.63 \rho_t - 0.023 \frac{V_{yE}}{V_{Col0E}} \right) \geq 0.0$
b	$\frac{0.5}{5 + \frac{N_u}{A_g f'_c} \frac{1}{\rho_t} \frac{f'_c}{f_{yt}}} - 0.01 \geq a$
c	$c = 0.24 - 0.4 \frac{N_u}{A_g f'_c} \geq 0.0$

En la Tabla 6.1, V_{yE} es la demanda de fuerza cortante en la columna correspondiente al inicio de la fluencia del refuerzo longitudinal, para su cómputo este trabajo empleó la expresión del momento flexionante correspondiente a la fluencia dada por Guerrini y Restrepo (2018), Ec. (5.27). La fuerza cortante V_{Col0E} en la Tabla 6.1 se define con la expresión 10-3 del ASCE 41-17 para el caso de demandas de ductilidad de desplazamiento menores o iguales a 2, que corresponde a V_n definida en la Ec. (2.54) haciendo $k_{nl} = 1$. El parámetro ρ_t se define como $A_v/(b_w s)$.

Las distorsiones a y b consideran como origen el punto B de la curva mostrada en la Figura 6.1, cuya abscisa se determina como V_n/K , donde K es la rigidez inicial. Las expresiones dadas por la ASCE 41-17 para el cómputo de K se muestran en la Tabla 6.2, para los valores de cargas axiales iguales a $0.5 A_g f'_c$ y $0.1 A_g f'_c$, y para valores intermedios de estas cargas se debe interpolar empleando los valores de K para estos límites.

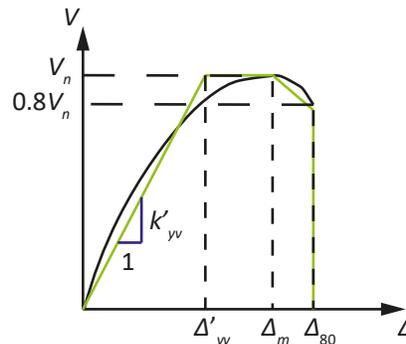
En la Tabla 6.2, E_c , I_g y A_w son el módulo de elasticidad del concreto, momento de inercia de la sección bruta, y el área nominal de concreto confinado, respectivamente.

Tabla 6.2 Expresiones del ASCE 41-17, Tabla 10-5, para el cómputo de la rigidez

Condición de carga axial	Rigidez a flexión	Rigidez a cortante
Columnas con compresiones axiales dadas por cargas gravitacionales de diseño $\geq 0.5 A_g f'_c$	$0.7 E_c I_g$	$0.4 E_c A_w$
Columnas con compresiones axiales dadas por cargas gravitacionales de diseño $\leq 0.1 A_g f'_c$	$0.3 E_c I_g$	$0.4 E_c A_w$

6.2. Método propuesto para definir curvas carga lateral-distorsión de columnas rectangulares de concreto reforzado sometidas a acciones sísmicas con modo de falla frágil por cortante

En este capítulo se propone un método para definir las relaciones carga lateral – distorsión o carga lateral - desplazamiento de columnas con modo de falla frágil por cortante. La Figura 6.2 muestra una curva de tres líneas, asociada a la resistencia nominal V_n , y a tres desplazamientos, Δ'_{yv} , Δ_m y Δ_{80} . Estos desplazamientos se definen posteriormente.

**Figura 6.2** Curva carga lateral–desplazamiento propuesta

6.2.1. Definición de la rigidez inicial

La rigidez inicial de la curva carga lateral–distorsión que se propone en este estudio para los casos de columnas con modo de falla frágil por cortante, K'_{yv} , se define como una fracción de la rigidez lateral efectiva, K'_e , de columnas rectangulares de concreto reforzado en voladizo con modo de falla de flexión, propuesta por Restrepo y Rodríguez (2021), la cual es igual a:

$$K'_e = K_g \zeta'_g \quad (6.1)$$

donde

$$K_g = \frac{3 E_c I_g}{L^3 \chi} \quad (6.2)$$

$$\chi = 1 + \frac{0.71}{(L/h)^2} \quad (6.3)$$

y

$$\zeta'_g = (\zeta'_{AR} + \zeta'_P) \zeta'_s \quad (6.4)$$

$$\zeta'_{AR} = \frac{(L/h)}{14} \quad (6.5)$$

$$\zeta'_P = \frac{\left(\frac{N_u}{A_g f'_c} \frac{f'_c}{42(MPa)} \right)}{0.55 + 1.2 \frac{N_u}{A_g f'_c} \frac{f'_c}{42(MPa)}} \quad (6.6)$$

$$\zeta'_s = 1 - \frac{1}{2.5} \left(1 - \frac{N_u}{A_g f'_c} \frac{f'_c}{42(MPa)} \right) \left(\frac{5}{3} \frac{f_y}{693(MPa)} - 1 \right) \quad (6.7)$$

La rigidez K'_{yv} se define como una fracción de la rigidez lateral efectiva K'_e (Restrepo y Rodríguez, 2021), empleando un factor modificador z'_{yv} , que se define más adelante, es decir:

$$K'_{yv} = z'_{yv} K'_e \quad (6.8)$$

6.3. Definición de punto de quiebre de la curva carga lateral-desplazamiento

Este trabajo denomina punto de quiebre al desplazamiento que define la transición entre la respuesta elástica de la curva fuerza cortante-desplazamiento, y el inicio de la respuesta no lineal. La abscisa de este punto es Δ'_{yv} , y su ordenada es la resistencia cortante nominal, V_n , Figura 6.2, esto lleva a:

$$\Delta'_{yv} = \frac{V_n}{K'_{yv}} \quad (6.9)$$

6.3.1. Distorsión en la respuesta máxima

La distorsión donde empieza la reducción de la resistencia corresponde al desplazamiento Δ_m , Figura 6.2, y se define con un factor que amplifica la distorsión en el punto de quiebre, Δ'_{yv} , como se muestra más adelante.

6.3.2. Zona de reducción de resistencia lateral a cortante

El parámetro Δ_{80} es el desplazamiento en la curva carga lateral-desplazamiento, donde la resistencia se reduce al 80% de la resistencia máxima, Figura 6.2. La Figura 6.3(a) muestra cómo se deforma una columna con doble curvatura ante acciones sísmicas, cuando después de alcanzar la fuerza cortante actuante máxima, V_{max} , se reduce al valor $0.8 V_{max}$, con un desplazamiento Δ_{80} , Figura 6.3 (b). En este estado de carga, se puede hacer una analogía entre el comportamiento de la columna de concreto reforzado y el de una probeta de acero sometida a tracción axial que causa deformaciones inelásticas.

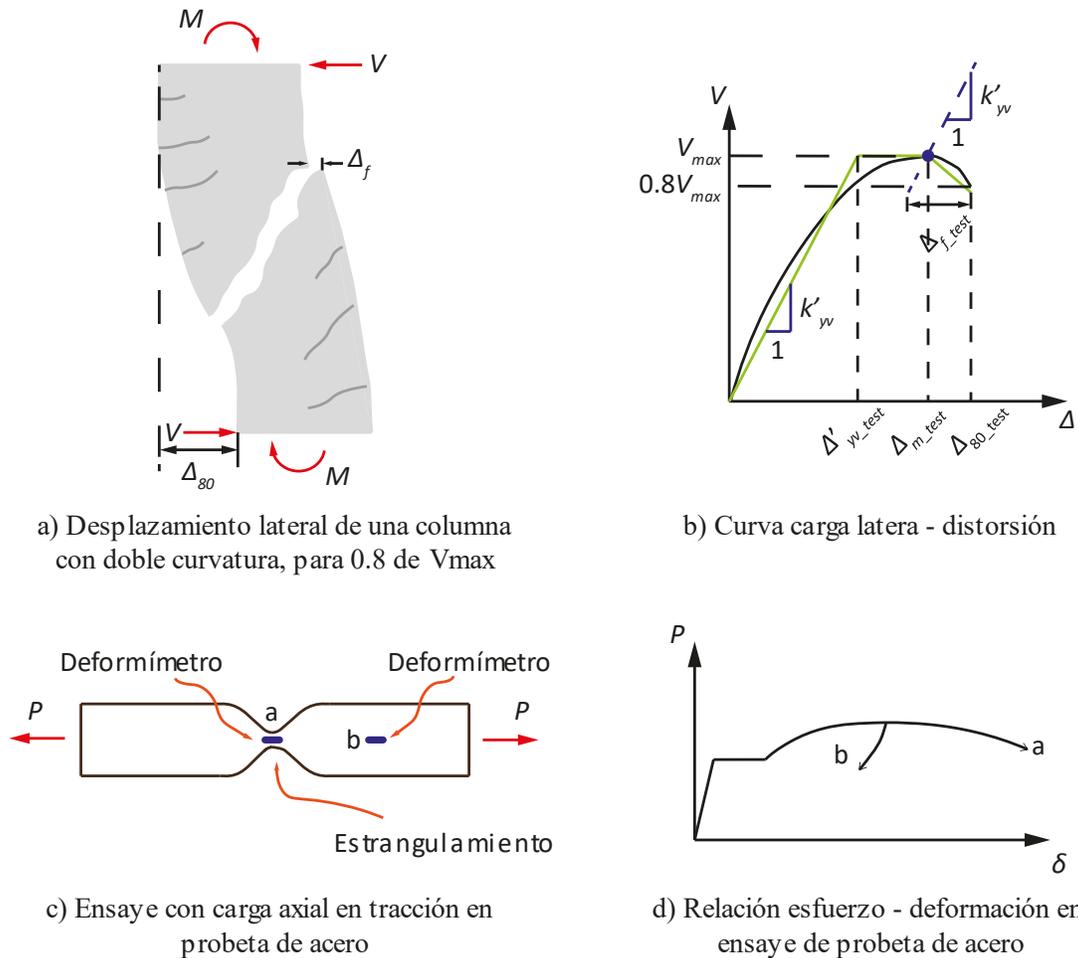


Figura 6.3 Analogía del comportamiento de una columna en la descarga a $0.8 V_{max}$ y el estado de estrangulamiento en una probeta de acero ensayada en tracción

Las deformaciones unitarias medidas en la barra de acero en un instante dependerán de la zona donde éstas se obtienen, Figura 6.3(c) y Figura 6.3(d), por ejemplo, mientras que el deformímetro “a” indicaría que la probeta llega a deformaciones altas, el deformímetro “b” indicaría que la deformación

en “a” retrocede. Esto implica que la distorsión total de la probeta sería la contribución de componentes de zonas de deformaciones unitarias diferentes.

Empleando el concepto de diferentes zonas de deformaciones en la probeta de acero mencionada, se introduce el concepto de desplazamiento debido a la grieta de cortante, Δ_f , que contribuye al desplazamiento lateral de la columna, Figura 6.3(a). El modelo que se propone considera que esta contribución depende principalmente del tamaño del agregado en el concreto. Como muestra la Figura 6.3(b), en la descarga a $0.8 V_{max}$, el desplazamiento causado por el tamaño de grieta se reduce en la cantidad $0.2 V_{max}/K'_{yv}$, con un efecto análogo al que tendría la probeta en la descarga causado por la zona donde se ubica el deformímetro “b”, Figura 6.3(d). Para el caso de ensayos de columnas de concreto reforzado ante cargas laterales cíclicas, los desplazamientos que intervienen en la definición de la curva carga lateral-desplazamiento Δ_f , Δ_m , y Δ_{80} en la Figura 6.2, en la Figura 6.3(b) corresponden a Δ_{f_test} , Δ_{m_test} , y Δ_{80_test} , respectivamente. De la Figura 6.3(b) se obtiene la relación geométrica de la Ec. (6.10).

$$\Delta_{80_test} - \Delta_{m_test} = \Delta_{f_test} - 0.2 \frac{V_{max}}{K'_{yv_test}} \quad (6.10)$$

de donde se obtiene:

$$\Delta_{f_test} = \Delta_{80_test} - \Delta_{m_test} + 0.2 \frac{V_{max}}{K'_{yv_test}} \quad (6.11) \text{ (a)}$$

De manera alternativa la Ec. (6.11) (a) se puede expresar como:

$$\Delta_{f_test} = \Delta_{80_test} - \Delta_{m_test} + 0.2 \Delta'_{yv_test} \quad (6.11) \text{ (b)}$$

Posteriormente se muestra que el valor de Δ_f que interviene en la definición de la curva carga lateral-desplazamiento, se define como el valor promedio de Δ_{f_test} que resulta de emplear la Ec. (6.11) y la información de la base de datos. Con este procedimiento, el desplazamiento Δ_{80} se define como:

$$\Delta_{80} = \Delta_f + \Delta_m - 0.2 \frac{V_n}{K'_{yv}} \quad (6.12)$$

6.3.3. Descripción del procedimiento seguido para obtener el método propuesto

Para definir los desplazamientos Δ'_{yv} , Δ_m y Δ_{80} , que describen la curva carga lateral-desplazamiento, se emplean las curvas experimentales carga lateral-desplazamiento de las columnas de la base de datos descrita en el Capítulo 3.

No se cuenta con la información digital de todas las curvas experimentales carga-desplazamiento de las columnas de la base de datos, debido a que en la mayoría de los casos se tiene sólo imágenes de estas curvas, algunas con poca resolución. Por esta razón, como se muestra en lo siguiente, la base de datos empleada para definir los parámetros que intervienen en la curva carga lateral-deformación de columnas con falla frágil por cortante, tiene un tamaño menor que el de la base de datos original.

La sección 6.2.2 muestra que para definir el desplazamiento Δ'_{yv} es necesario encontrar el valor del factor z'_{yv} para los casos de columnas con modo de falla frágil por cortante. Este parámetro relaciona la rigidez lateral efectiva K'_e , definida por Restrepo y Rodríguez (2021), y la rigidez K'_{yv_test} obtenida de las curvas experimentales, como la rigidez secante a $2/3 V_{max}$. Los resultados obtenidos para las columnas de la base de datos de este estudio se muestran en la Tabla 6.3. En esta Tabla, el módulo de elasticidad del concreto, E_c , se calculó con la expresión propuesta por el comité ACI 363 (ACI 363, 1992). Debido a que la resolución de las imágenes de las curvas carga lateral-desplazamiento experimental no es adecuada, la Tabla 6.3 muestra que no se emplea la información de las siguientes 20 columnas: D1, D11, D12, D13 y D16 (Ousalem et al., 2004), B-1 (Kabeyasawa et al., 2002), A1, B4, C1 y S100 (Nakamura et al., 2014), 2C, 3C y 2C13 (Yoshimura et al., 2002), 4NL, 4NH, 3NL y 3NH (Li et al., 2019) y C-S-L y C-FS-L (Huy et al., 2022).

Tabla 6.3 Información empleada para obtener la rigidez inicial en columnas con modo de falla frágil por cortante

No.	Nombre	E_c (MPa)	I_g (mm ⁴)	χ	K_g (kN/mm)	ζ'_{AR}	ζ'_P	ζ'_s	ζ'_g	K'_e (kN/mm)	K'_{yv_test} (kN/mm)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	CUS	26511	1.28.E+09	1.56	682	0.08	0.19	0.98	0.27	182	119
2	UNIT_1_1	25052	7.21.E+08	1.32	431	0.11	0.12	0.96	0.21	92	72
3	D1	24373	6.75.E+08	1.71	1069	0.07	0.20	0.97	0.26	281	-
4	D11	24499	6.75.E+08	1.32	414	0.11	0.20	0.97	0.30	123	-
5	D12	24499	6.75.E+08	1.32	414	0.11	0.20	0.97	0.30	123	-
6	D13	23861	6.75.E+08	1.32	403	0.11	0.20	0.97	0.30	120	-
7	D16	23861	6.75.E+08	1.71	1047	0.07	0.20	0.97	0.26	275	-
8	N-27C	23989	6.75.E+08	1.32	405	0.11	0.23	1.03	0.34	139	-
9	SC-1.7-0.20	24310	1.25.E+09	1.24	340	0.12	0.17	1.01	0.30	101	50
10	B-1	21083	6.75.E+08	1.32	356	0.11	0.17	1.07	0.30	106	-
11	A1	24468	3.42.E+09	1.71	1610	0.07	0.16	1.03	0.24	379	-
12	B4	24468	3.42.E+09	1.71	1610	0.07	0.16	1.03	0.24	379	-
13	C1	24468	3.42.E+09	1.71	1610	0.07	0.16	1.03	0.24	381	-
14	S100	23500	3.42.E+09	1.71	1546	0.07	0.16	1.03	0.24	365	-
15	120C-U	25295	7.21.E+08	1.32	436	0.11	0.19	0.97	0.29	126	71
16	2C	23566	6.75.E+08	1.71	1034	0.07	0.17	1.02	0.24	250	-
17	3C	23566	6.75.E+08	1.71	1034	0.07	0.23	1.02	0.31	316	-
18	2C13	23566	6.75.E+08	1.71	1034	0.07	0.17	1.06	0.25	259	429
19	2CUS	28421	1.32.E+09	1.58	758	0.08	0.31	0.98	0.38	289	98
20	A-1	38831	1.08.E+10	1.32	1312	0.11	0.27	0.76	0.29	377	420

Tabla 6.3 Información empleada para obtener la rigidez inicial en columnas con modo de falla frágil por cortante

No.	Nombre	E_c (MPa)	I_g (mm ⁴)	χ	K_g (kN/mm)	ζ'_{AR}	ζ'_P	ζ'_s	ζ'_g	K'_e (kN/mm)	K'_{yv_test} (kN/mm)
21	A-2	40083	1.08.E+10	1.32	1354	0.11	0.28	0.77	0.30	406	439
22	A-3	39581	1.08.E+10	1.32	1337	0.11	0.28	0.76	0.29	394	394
23	A-4	41258	1.08.E+10	1.32	1394	0.11	0.30	0.77	0.31	435	421
24	B-1	41450	1.08.E+10	1.32	1400	0.11	0.38	0.81	0.40	555	563
25	B-2	44019	1.08.E+10	1.32	1487	0.11	0.45	0.86	0.48	709	623
26	B-3	42176	1.08.E+10	1.32	1425	0.11	0.45	0.86	0.48	681	701
27	B-4	43420	1.08.E+10	1.32	1467	0.11	0.46	0.87	0.50	729	611
28	4DH	26259	5.21.E+09	1.18	348	0.14	0.23	0.96	0.36	125	128
29	4NL	24993	5.21.E+09	1.18	332	0.14	0.09	0.95	0.22	74	-
30	4NH	25325	5.21.E+09	1.18	336	0.14	0.23	0.96	0.36	120	-
31	3DL	26401	5.21.E+09	1.32	743	0.11	0.09	0.95	0.19	141	227
32	3DH	26202	5.21.E+09	1.32	738	0.11	0.23	0.96	0.32	239	178
33	3NL	26116	5.21.E+09	1.32	735	0.11	0.09	0.95	0.19	138	-
34	3NH	25798	5.21.E+09	1.32	726	0.11	0.23	0.96	0.32	236	-
35	C-S-L	28671	3.41.E+10	1.18	609	0.14	0.14	0.95	0.27	166	-
36	C-FS-L	28158	3.41.E+10	1.18	598	0.14	0.14	0.95	0.27	163	-
37	C62	42317	6.75.E+08	1.32	715	0.11	0.41	0.83	0.43	309	191
38	C32	42317	6.75.E+08	1.32	715	0.11	0.55	0.97	0.64	458	255

La Figura 6.4 muestra la relación entre K'_{yv_test} y K'_e para los casos de las 18 columnas que se consideran en la Tabla 6.3, relación que se aproxima con el valor 0.9, es decir $z'_{yv} = 0.9$. Esto lleva a:

$$K'_{yv} = 0.9 K'_e \quad (6.13)$$

La primera parte de la Tabla 6.4 muestra los valores de la distorsión Δ'_{yv_test}/L , obtenidos de las curvas experimentales, y los valores de Δ'_{yv}/L obtenidos de las Ecs. (6.13), (6.9) y el método propuesto para el cómputo de V_n en columnas con modo de falla frágil por cortante. Para comparación, la Tabla 6.4 también muestra valores de la relación $\Delta'_{yv_test}/\Delta'_{yv}$, de las columnas empleadas para obtener el factor z'_{yv} . Como muestra la Tabla 6.4, la predicción de Δ'_{yv}/L con el método propuesto es conservadora.

La sección 6.3.1 menciona que el desplazamiento Δ_m es igual a un factor que multiplica a Δ'_{yv} , por ello en lo que sigue se relaciona las distorsiones medidas Δ_{m_test}/L y Δ'_{yv_test}/L obtenidas de las curvas experimentales empleadas, las que fueron 16. Esta cantidad resulta de eliminar de la base de datos original las 20 columnas que por falta de información digital no se tomaron en cuenta para el cómputo de K'_{yv_test} , así como las columnas C62 y C32 (Kuramoto et al., 1992), ya que en estos casos la carga lateral máxima se alcanza para un estado de carga monotónica. La Figura 6.5 muestra la relación entre las distorsiones medidas Δ_{m_test}/L y Δ'_{yv_test}/L . Con base en estos resultados se propone definir Δ_m/L con la siguiente expresión:

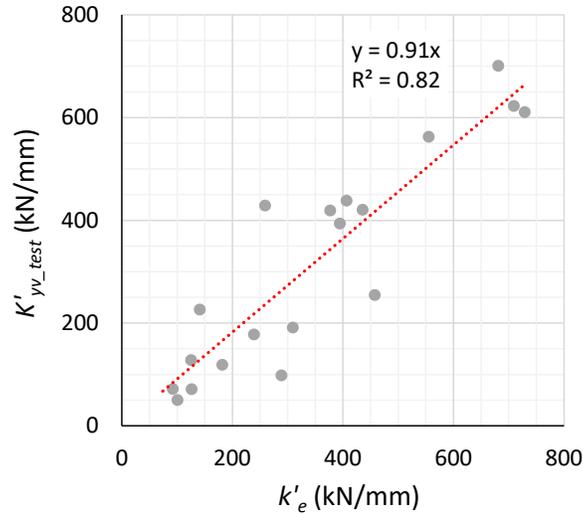


Figura 6.4 Relación entre K'_{yv_test} y K'_e

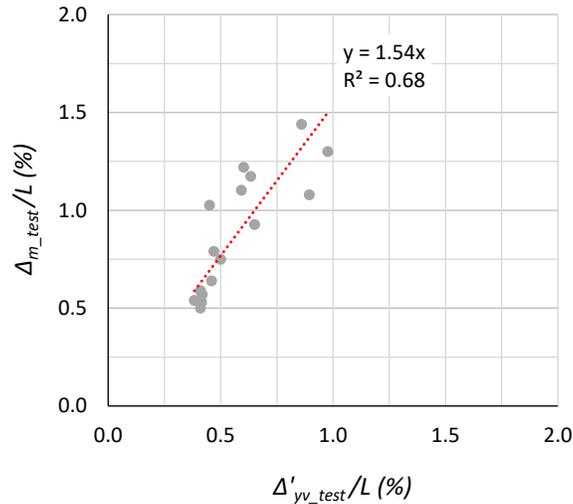


Figura 6.5 Relación entre Δ_{m_test}/L y Δ'_{yv_test}/L

La Tabla 6.4 muestra los valores experimentales Δ_{m_test}/L , y los calculados con la Ec. (6.14), Δ_m/L , además para comparación, se muestran los valores del cociente Δ_{m_test}/Δ_m . Como muestra la Tabla 6.4, la predicción de Δ_m/L con el método propuesto es razonablemente conservadora.

$$\frac{\Delta_m}{L} = 1.5 \frac{\Delta'_{yv}}{L} \quad (6.14)$$

Para el cómputo del desplazamiento Δ_{80} empleando la Ec. (6.12), es necesario definir el valor promedio del desplazamiento Δ_f . Con este fin se obtiene el desplazamiento Δ_{f_test} empleando la Ec. (6.11), la columna 9 de la Tabla 6.4 muestra los valores obtenidos. Con base en estos resultados, el valor promedio de Δ_{f_test} es 3.7 mm, por lo cual se propone $\Delta_f = 4$ mm. La expresión a emplear para el cómputo de Δ_{80} es:

Tabla 6.4 Valores de distorsiones y desplazamientos experimentales empleados para definir la curva carga lateral-desplazamiento, y valores calculados al aplicar el método (Continuación)

No.	Nombre	Δ'_{yv_t} est/L	Δ'_{yv} L	Δ'_{yv_test} Δ'_{yv}	Δ_{m_test} L	Δ_m L	Δ_{m_test} Δ_m	Δ_{f_test} (mm)	Δ_f (mm)	Δ_{80_test} L	Δ_{80} L	Δ_{80_test} Δ_{80}
30	4NH	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
31	3DL	0.005	0.008	0.57	0.010	0.012	0.86	6.4	4	0.018	0.016	1.15
32	3DH	0.006	0.006	1.03	0.012	0.009	1.27	4.5	4	0.016	0.013	1.23
33	3NL	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
34	3NH	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
35	C-S-L	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
36	C-FS-L	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
37	C62	0.009	0.005	1.85	-	-	-	-	-	-	-	-
38	C32	0.007	0.004	1.79	-	-	-	-	-	-	-	-
Promedio				1.23			1.15	3.7				0.98
Desv. Est.				0.72			0.63	2.3				0.51
Min.				0.57			0.74	1.3				0.72
Perc. 25				0.92			0.91	1.8				0.80
Mediana				1.07			1.02	3.0				0.97
Perc. 75				1.50			1.44	5.6				1.14
Max.				2.80			2.25	8.5				1.25

6.3.4. Ejemplo de aplicación del método propuesto para el cómputo de la curva carga lateral-distorsión de columnas sometidas a acciones sísmicas con modo de falla frágil por cortante

En esta sección se muestra un ejemplo del procedimiento propuesto en este trabajo para el cómputo de la curva carga lateral-distorsión. Para esto se emplea la columna Unit 1-1 (Bett et al., 1985), misma que se empleó en la sección 5.3.6 en el ejemplo de aplicación del método propuesto para la predicción de la resistencia nominal a cortante. La referida sección muestra los datos requeridos para el desarrollo de este ejemplo.

a) Cómputo de la rigidez inicial de la curva, K'_{yv}

$$E_c = 3320 \sqrt{f'_c} + 6900 = 3320 \cdot \sqrt{29.9 \text{ MPa}} + 6900 = 25054 \text{ MPa}$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{305 \text{ mm} \cdot 305 \text{ mm}^3}{12} = 7.211 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

de la Ec. (6.3):

$$\chi = 1 + \frac{0.71}{\left(\frac{L}{h}\right)^2} = 1 + \frac{0.71}{\left(\frac{457 \text{ mm}}{305 \text{ mm}}\right)^2} = 1.32$$

de la Ec. (6.2)

$$K_g = \frac{3 E_c I_g}{L^3 \chi} = \frac{3 \cdot 25054 \text{ MPa} \cdot (7.211 \cdot 10^8 \text{ mm}^4)}{457 \text{ mm}^3 \cdot 1.32} = 431.5 \text{ kN/mm}$$

de la Ec. (6.5)

$$\zeta'_{AR} = \frac{457 \text{ mm}/305 \text{ mm}}{14} = 0.11$$

de la Ec. (

$$\zeta'_P = \frac{\left(\frac{N_u}{A_g f'_c} \frac{f'_c}{42}\right)}{0.55 + 1.2 \frac{N_u}{A_g f'_c} \frac{f'_c}{42}} = \frac{\left(0.10 \frac{29.9 \text{ MPa}}{42}\right)}{0.55 + 1.2 \cdot 0.10 \frac{29.9 \text{ MPa}}{42}} = 0.12$$

de la Ec. (6.7)

$$\zeta'_s = 1 - \frac{1}{2.5} \left(1 - \frac{N_u}{A_g f'_c} \frac{f'_c}{42}\right) \left(\frac{5}{3} \frac{f_y}{693} - 1\right) = 1 - \frac{1}{2.5} \left(1 - 0.10 \frac{29.9 \text{ MPa}}{42}\right) \left(\frac{5}{3} \frac{462 \text{ MPa}}{693} - 1\right) = 0.96$$

de la Ec. (6.4)

$$\zeta'_g = (\zeta'_{AR} + \zeta'_P) \zeta'_s = (0.11 + 0.12) 0.96 = 0.21$$

de la Ec. (6.1)

$$K'_e = k_g \zeta'_g = 431.5 \text{ kN/mm} \cdot 0.21 = 92 \text{ kN/mm}$$

de la Ec. (6.13)

$$K'_{yv} = 0.9 K'_e = 0.9 \cdot 92 \text{ kN/mm} = 82.83 \text{ kN/mm}$$

b) Cómputo de Δ'_{yv}

El valor de V_n calculado con el método de predicción propuesto en este trabajo es 225 kN, sección 5.3.6.

de la Ec. (6.9)

$$\Delta'_{yv} = \frac{V_n}{K'_{yv}} = \frac{225 \text{ kN}}{82.83 \text{ kN/mm}} = 2.72 \text{ mm}$$

c) Cómputo de Δ_m

de la Ec. (6.14)

$$\frac{\Delta_m}{L} = 1.5 \frac{\Delta'_{yv}}{L} = 1.5 \frac{2.72 \text{ mm}}{457 \text{ mm}} = 0.009$$

$$\Delta_m = 0.009 \cdot L = 0.009 \cdot 457 \text{ mm} = 4.07 \text{ mm}$$

d) Cómputo de Δ_{80}

de la Ec. (6.15)

$$\Delta_{80} = 4 + \Delta_m - \frac{0.2 V_n}{K'_{yv}} = 4 \text{ mm} + 4.1 \text{ mm} - \frac{0.2 \cdot 225 \text{ kN}}{82.83 \text{ kN/mm}} = 7.5 \text{ mm}$$

7. Comparación de resultados empleando el modelo propuesto y el procedimiento de la ASCE 41-17 para la curva envolvente carga lateral-distorsión de columnas de CR con modo de falla frágil por cortante

Este capítulo muestra resultados de la aplicación de dos métodos para obtener curvas carga lateral-distorsión de columnas sometidas a acciones sísmicas que tienen modo de falla frágil por cortante. Los dos métodos considerados son el de la ASCE 41-17 (2017) y el propuesto en este estudio, ambos descritos en el Capítulo 6. Para la aplicación de estos métodos se emplea la base de datos de ensayos de 38 columnas definidas en este estudio, una base de datos de 5 columnas adicional a la mencionada, ambas descritas en el Capítulo 3, así como casos hipotéticos de algunas columnas que se pueden considerar representativas de casos de la práctica.

7.1. Caso de cuatro columnas de la base de datos empleada para definir el método propuesto

Los resultados de la aplicación de los métodos se muestran en forma adimensional empleando la relación $V/(A_g \sqrt{f'_c})$. Empleando el método propuesto para el cómputo de la resistencia nominal a cortante, V_n , sección 5.3.5, se puede mostrar que la expresión resultante de V_n en forma adimensional es

$$\frac{V_n}{A_g \sqrt{f'_c}} = \left(\rho_t \frac{f_{yt}}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\tan \theta} \frac{2\alpha jd}{h} \right) + \left(\frac{2}{3} \tau^* \right) \quad (7.1)$$

Empleando la Ec. (2.54) especificada por la ASCE 41-17 para el cómputo de la resistencia nominal a cortante de columnas de concreto reforzado, V_n , se puede mostrar que esta expresión en forma adimensional es

$$\frac{V_n}{A_g \sqrt{f'_c}} = k_{nl} \left[\alpha_{col} \left(\rho_t \frac{f_{yt}}{\sqrt{f'_c}} \frac{d_e}{h} \right) + \left(\frac{0.5}{a_v/d_e} \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.5 A_g \sqrt{f'_c}}} \right) 0.8 \right] \tag{7.2}$$

Como muestra la sección 7.2, estas expresiones permiten comparar resultados de predicción de resistencia a cortante de columnas con dimensiones diferentes.

La Figura 7.1 muestra las curvas carga lateral adimensional-distorsión de 4 columnas seleccionadas de la base de datos para mostrar resultados de la aplicación de los dos métodos en estudio. El Apéndice D muestra resultados del mismo tipo para 12 columnas adicionales. Los resultados de la Figura 7.1 muestran que los valores de la rigidez lateral de las columnas en estudio empleando el método propuesto son menores que los dados por la ASCE 41-17, y se acercan a los valores experimentales. Los valores del desplazamiento Δ_{80} obtenidos con el método propuesto se acercan razonablemente a los valores experimentales, en general de manera conservadora en la zona de caída de resistencia en las curvas, mientras que los resultados obtenidos con la ASCE 41-17 en esta zona están del lado de la inseguridad, excepto para el caso de la columna 2CUS, Figura 7.1.

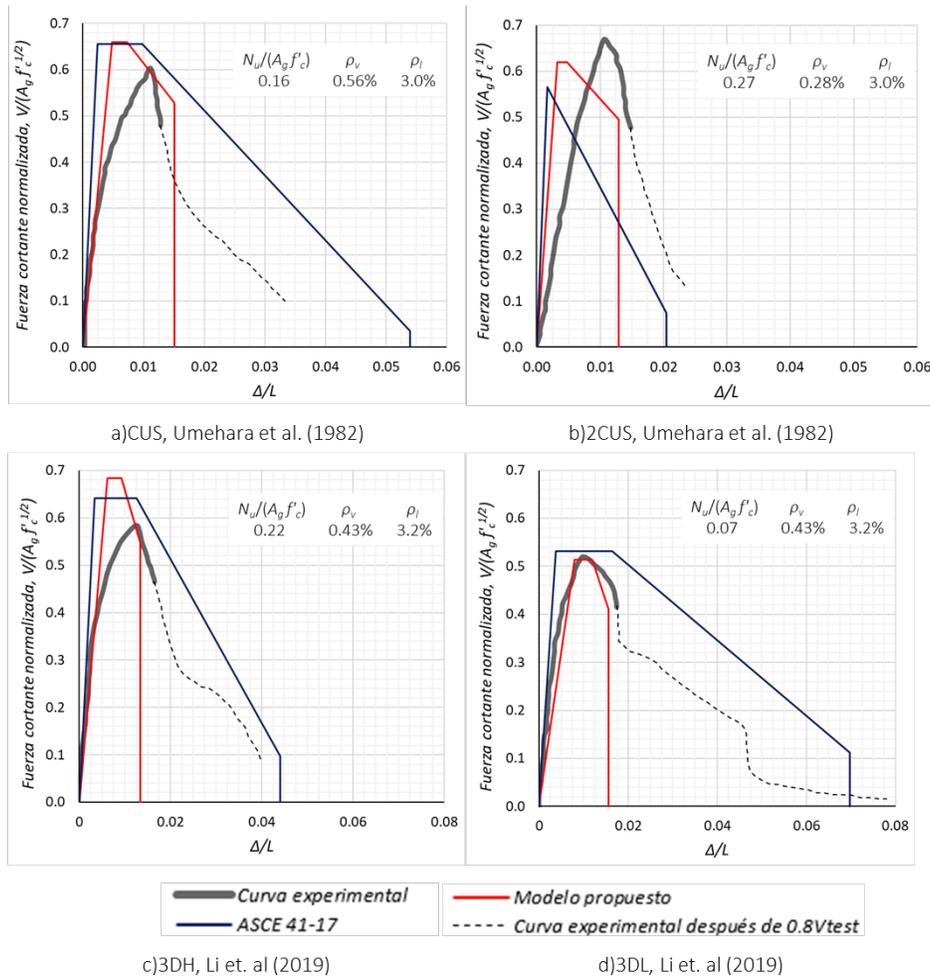


Figura 7.1 Comparación de los resultados obtenidos de aplicar los métodos en estudio respecto de resultados de algunos ejemplos de la base de datos experimental de 38 columnas

7.2. Casos hipotéticos de algunas columnas que se pueden considerar representativas de casos de la práctica

Para estudiar el posible efecto de escala en resultados de aplicar los métodos en estudio, en esta sección se consideran varias parejas de columnas hipotéticas de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante. En cada una de las parejas de columnas, la única diferencia entre dos columnas es que las dimensiones de una es cuatro veces las de la otra, y son iguales los siguientes parámetros adimensionales, $N_u/(A_g f'_c)$, ρ_l , ρ_v , así como las resistencias especificadas f_y , f_{yt} , y f'_c . Las dimensiones b , h y L de la columna con menores dimensiones son 0.3 m, 0.3 m y 0.6 m, respectivamente, y para la columna con mayores dimensiones, éstas son iguales a 1.2 m, 1.2 m y 2.4 m, respectivamente. La relación a_v/h en todas estas columnas es 2.

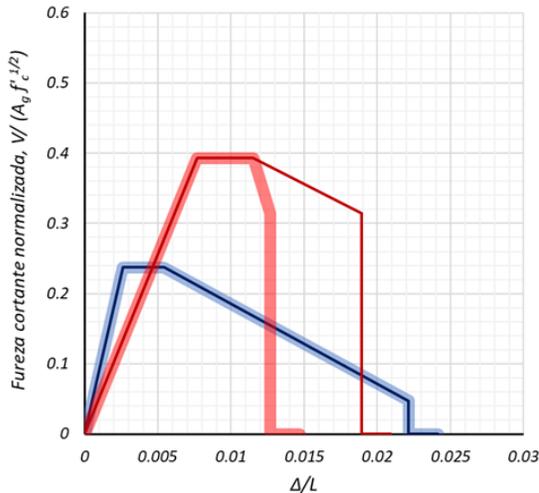
Las Ecs. (7.1) y (7.2) muestran que es posible comparar resistencias de columnas con dimensiones diferentes, siempre y cuando los parámetros adimensionales mencionados y las resistencias especificadas f_y y f'_c sean iguales, lo que permite el estudio del efecto de escala en la capacidad de distorsión de columnas. En realidad, en la Ec. (7.1) la relación $2 \alpha_j d/h$ puede depender de d_b , d_{bt} y c_c , ya que de acuerdo con las Ecs. (5.34) y (5.35), $2 \alpha_j d/h$ en algunos casos puede ser función de $[h - (d_b + 2(d_{bt} + c_c))]/h$. Sin embargo, la comparativa del empleo de la Ec. (7.1) en columnas con dimensiones diferentes es válida siempre y cuando las relaciones d_b/h , d_{bt}/h y c_c/h sean iguales en cada pareja de columnas.

El estudio considera dos grupos de columnas diferentes. El primer grupo consta de ocho parejas de columnas, donde $f'_c=20\text{MPa}$, se tienen combinaciones de casos de valores de $N_u/(A_g f'_c)$ iguales a 0.1 y 0.3, y valores de ρ_v iguales a 0.05% y 0.12%, y en todos los casos $\rho_l=1.7\%$, $f_y=420\text{MPa}$ y $f_{yt}=420\text{MPa}$. En cada caso de pareja de columnas se tiene para la relación V_y/V_{ColOE} , un valor mayor que 1, por corresponder al caso de modo de falla frágil por cortante, Figura 7.2(a). El segundo grupo consta de 8 parejas de columnas con características idénticas a las del primer grupo excepto que $f'_c=40\text{MPa}$, Figura 7.2(b).

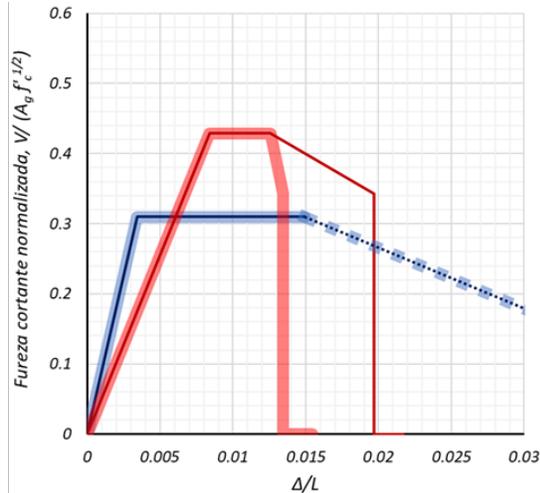
Referente a la relación V_y/V_{ColOE} , que emplea la ASCE 41-17 para definir el posible modo de falla de columnas de concreto reforzado sometidas a cargas laterales, en realidad V_{ColOE} corresponde a la resistencia V_n especificada por la ASCE 41-17, Ec. (2.54), la que en forma adimensional está dada por la Ec. (7.2). La Ec. (5.27) muestra que, en la condición de fluencia en una columna, el momento correspondiente, M_y , se puede expresar de manera adimensional. Como $V_y=M_y/L$, es posible mostrar que $V_y/(A_g \sqrt{f'_c})$ es independiente de las dimensiones de la columna y solo depende de los parámetros adimensionales, $N_u/(A_g f'_c)$, ρ_l , ρ_v , así como de la resistencia especificada f_y . Esto implica que, en cada pareja de columnas los valores respectivos de la relación V_y/V_{ColOE} son iguales.

En la Figura 7.2 los resultados en color azul corresponden a la aplicación del método de la ASCE 41-17, y los resultados en rojo corresponden a la aplicación del método propuesto. Los resultados indican que el método de la ASCE 41-17 no toma en cuenta el tamaño de la columna, es decir no hace distinción entre una columna grande y una pequeña, que es el caso en estudio. Los resultados de la aplicación del método propuesto muestran que, en la zona de reducción de la capacidad resistente de la columna, la capacidad de distorsión en las columnas grandes es menor que las de los casos con menores dimensiones.

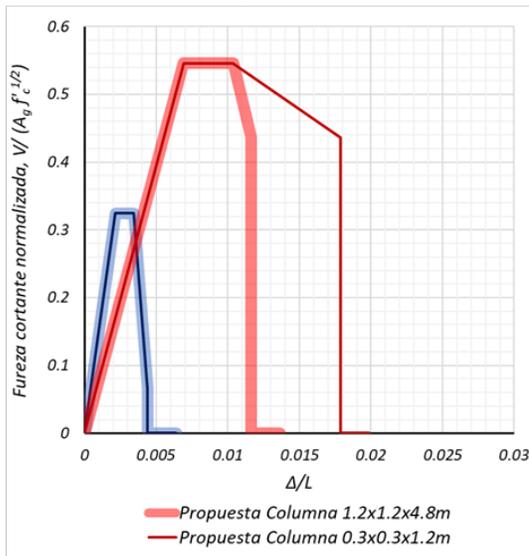
Los resultados de la Figura 7.2 permiten también estudiar el efecto de la resistencia a compresión especificada del concreto en la forma de la curva carga lateral-distorsión. En los resultados de la aplicación del método propuesto, se observa que no hay influencia importante de f'_c , excepto que el aumento de f'_c lleva a un ligero aumento de la rigidez lateral. En el caso de la aplicación del método de la ASCE 41-17, el aumento de f'_c lleva a casos donde disminuye la capacidad de distorsión en la zona de reducción de la capacidad resistente de la columna, lo que se debe a que, en la mayoría de estos casos, el valor del parámetro b que emplea el método se hace igual a a .



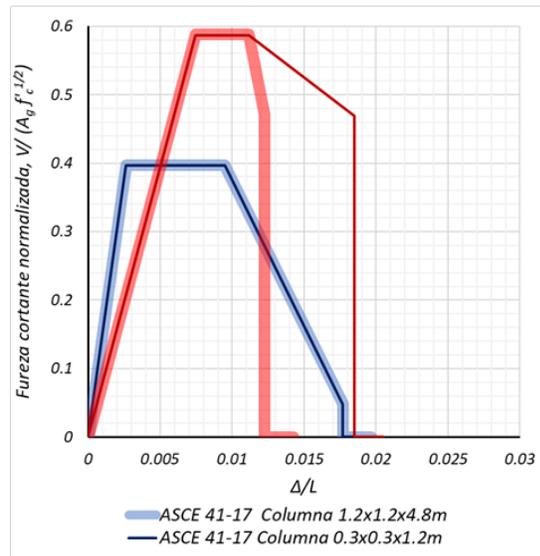
a.1) $N_u/(A_g f'_c)=0.1$, $\rho_v=0.05\%$,
 $V_y/V_{ColOE}=1.53$



a.2) $N_u/(A_g f'_c)=0.1$, $\rho_v=0.12\%$,
 $V_y/V_{ColOE}=1.17$

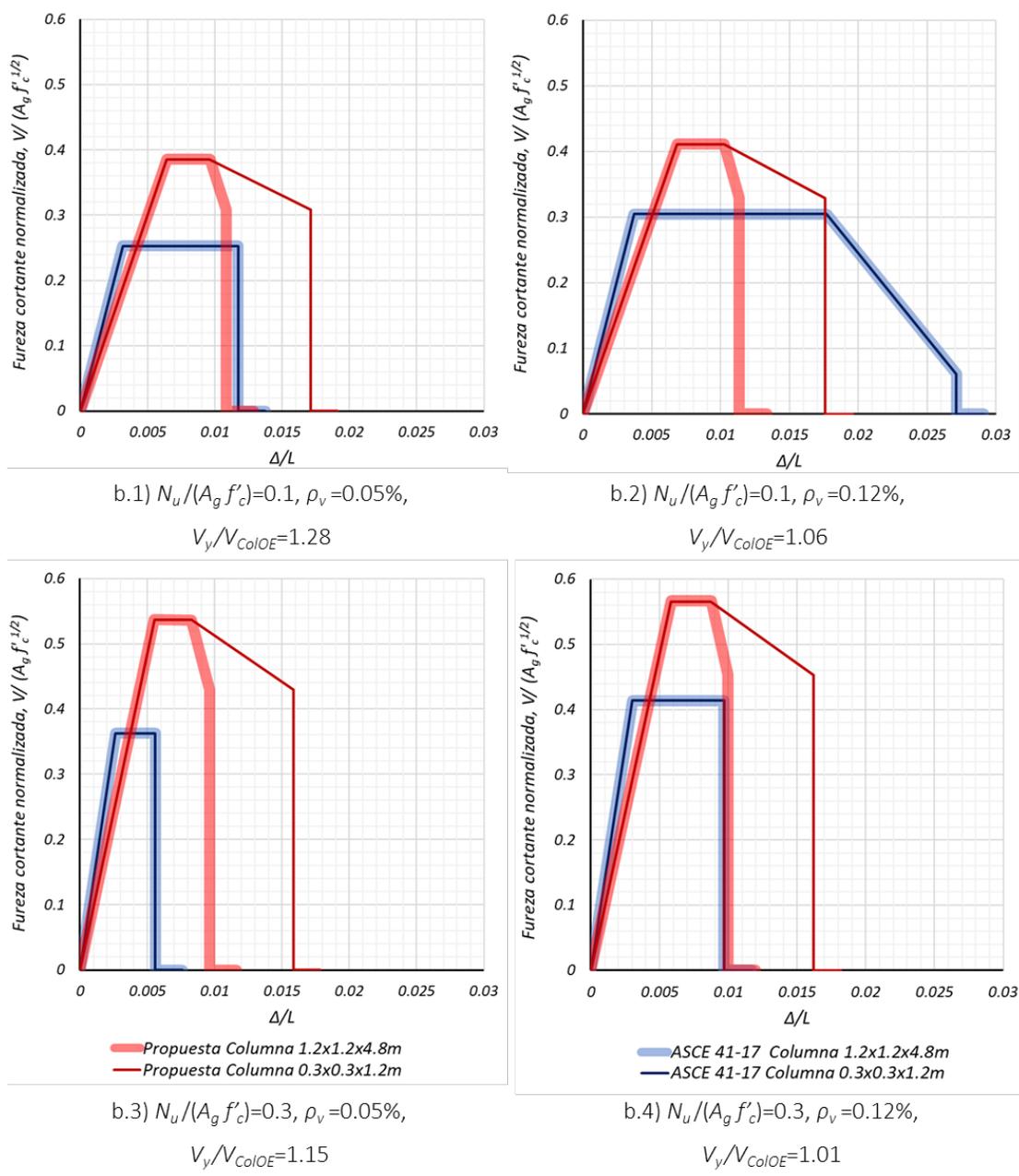


a.3) $N_u/(A_g f'_c)=0.3$, $\rho_v=0.05\%$,
 $V_y/V_{ColOE}=1.22$



a.4) $N_u/(A_g f'_c)=0.3$, $\rho_v=0.12\%$,
 $V_y/V_{ColOE}=1.00$

a) $f'_c = 20$ MPa



b) $f'_c = 40$ MPa

Figura 7.2 Resultados de aplicar los métodos en estudio a las columnas hipotéticas

7.3. Validación del método propuesto para obtener curvas carga lateral adimensional-distorsión de columnas de concreto reforzado con modo de falla frágil por cortante

La Figura 7.3 muestra las curvas carga lateral adimensional-distorsión de tres de un grupo de cinco columnas (Nakamura et al., 2020), seleccionadas para validar el método propuesto y para evaluar el método de la ASCE 41-17. Estas columnas forman parte de las cinco columnas de la base de datos, empleada en la sección 5.4 para validar el método propuesto de predicción de resistencia en columnas con modo de falla frágil por cortante. Estas cinco columnas no se emplearon para definir el método de predicción de las propiedades de la curva carga lateral-distorsión de columnas con modo de falla frágil por cortante, ver Tabla 6.4. Una característica relevante de las cinco columnas mencionadas es el intervalo amplio de valores de ρ_l , los resultados de las tres columnas que se muestran en la Figura 7.3 corresponden a casos de valores de ρ_l iguales a 1.7%, 3.0% y 4.7%.

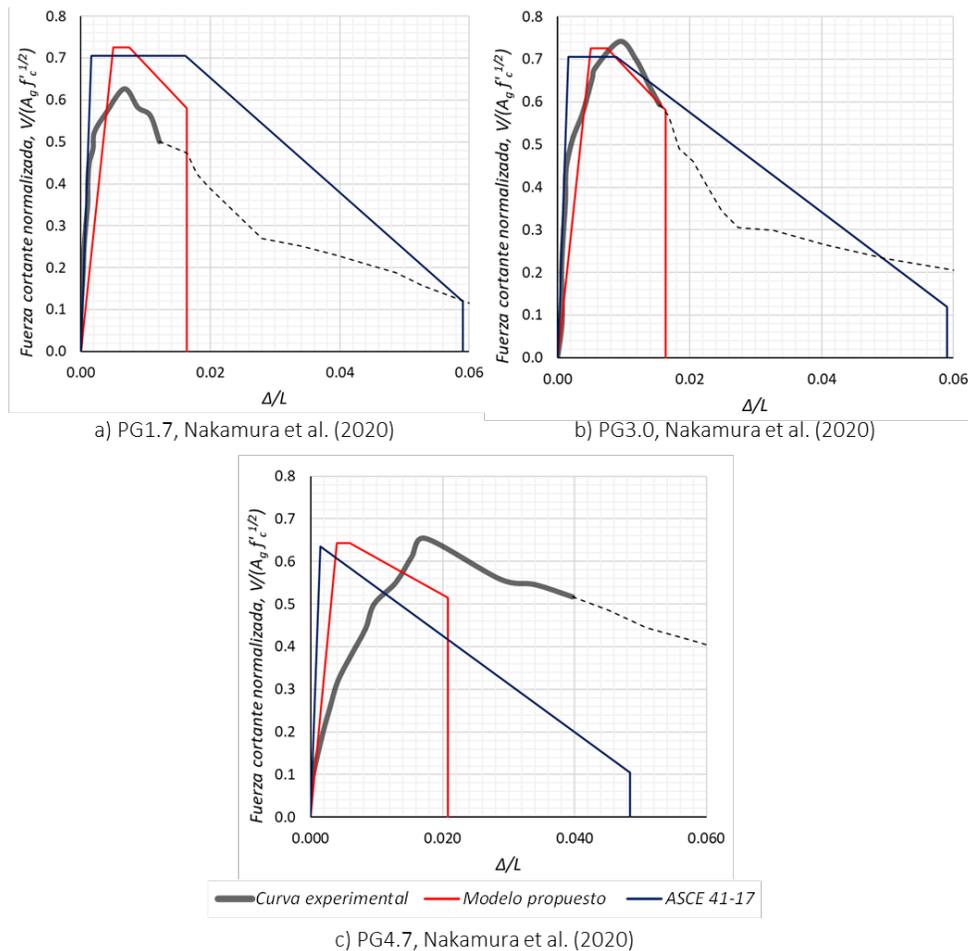


Figura 7.3 Validación del método propuesto y evaluación del método de la ASCE 41-17 con algunos ejemplos de la base de datos de cinco columnas (Tabla 6.4)

Los resultados de la Figura 7.3 indican que el método propuesto lleva a resultados que se acercan razonablemente a los experimentales en los casos de ρ_l iguales a 1.7%, 3.0%, mientras que para el caso de ρ_l igual a 4.7%, el método subestima la capacidad de distorsión. La Figura 7.3 muestra que el método de la ASCE 41-17 lleva a predicción de la capacidad de distorsión del lado de la inseguridad para el caso de columnas con valores de ρ_l iguales a 3% o menores, y a una predicción conservadora para el caso del valor alto de ρ_l , igual a 4.7%.

Tanto el método propuesto, como el de ASCE 41-17, no consideran de manera explícita la posible influencia de ρ_l tanto en la resistencia a cortante, como en la capacidad de distorsión en columnas con modo de falla frágil por cortante. Este posible efecto de ρ_l no se pudo considerar en este estudio, porque el intervalo de valores de este parámetro en la base de datos empleada no es amplio, ver Tabla 3.1. Es un tema para posibles investigaciones posteriores.

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

8. Conclusiones

Este trabajo estudia el comportamiento de columnas rectangulares de concreto reforzado que responden a acciones sísmicas y que tienen falla frágil por cortante. Como resultado de este estudio se obtienen las siguientes conclusiones.

- a) El estudio empezó empleando una base de datos de 406 columnas ensayadas ante cargas laterales cíclicas reversibles en diversos laboratorios del mundo, donde 326 columnas forman parte de la base de datos de NEES-ACI 369 (Ghannoum et al., 2015) y 80 columnas forman parte de la base de datos obtenidos de la literatura para este estudio. Como describe el Capítulo 3, de esta base de datos se eliminaron especímenes con dimensiones y resistencias a compresión del concreto que se consideran pequeñas, también casos no deseados como carga axial variable, ensayos monotónicos, columnas en voladizo, información incompleta, etc. De la información restante se eliminaron los casos de modos de falla por flexión, falla de adherencia o en traslapes, quedando un total de 56 especímenes, los que corresponden a modos de falla por cortante o flexión-cortante. Para definir el modo de falla frágil por cortante, se proponen dos condiciones que se deben cumplir en este modo de falla, la primera es que la deformación en tracción en el refuerzo longitudinal no exceda 85% de la deformación de fluencia de este refuerzo. La segunda condición es que la deformación del concreto en compresión no exceda el valor de ϵ'_c . Con estas condiciones, la base de datos de columnas con modo de falla frágil por cortante que se emplea en este estudio tiene 38 especímenes.

Además de la base de datos mencionada, este estudio emplea los resultados experimentales de una base de datos que consta de cinco columnas rectangulares de concreto reforzado, que cumplen con los requisitos de modo de falla frágil por cortante. Estos resultados se emplean únicamente para la validación de los métodos de predicción de resistencia y capacidad de deformación lateral de columnas, sometidas a acciones sísmicas, que se proponen en este trabajo.

- b) Se llevó a cabo la revisión crítica de once métodos existentes en la literatura, referentes a la predicción de resistencia de columnas rectangulares que responden a acciones sísmicas y que tienen modo de falla frágil por cortante. Se emplearon estos métodos para los casos de las columnas de la base de datos de 38 especímenes. Los resultados de la relación de resistencia experimental a calculada con estos métodos, V_{test}/V_n , muestra una gran variabilidad, con valores mínimo y máximo para la mediana de esta relación iguales a 0.66 y 1.72, correspondientes a los métodos de Priestley et al. (2007) y NTC Concreto (2017), respectivamente. Además, comparando los resultados de predicción de resistencia aplicando los métodos considerados y los resultados empleando las NTC Concreto (2017), se observa que este último método tiene la mayor desviación estándar y mayor valor de IIC para la relación V_{test}/V_n , 0.49 y 73%, respectivamente. Esto sugiere que el método de predicción de resistencia a cortante de las NTC Concreto (2017), requiere ser revisada y mejorada. Los métodos que tienen los mejores parámetros estadísticos para la relación V_{test}/V_n son el de Pan y Li (2013) con valores de mediana y de IIC iguales a 0.92 y 16%, respectivamente; y el método de la ASCE 41-13 (2014) con valores de la mediana y de IIC iguales a 1.09 y 16%, respectivamente.
- c) Este estudio propone un nuevo método para la predicción de resistencia de columnas rectangulares que responden a acciones sísmicas y que tienen modo de falla frágil por cortante. Este método emplea la hipótesis, generalmente empleada por otros métodos, que la resistencia a cortante en columnas ante cargas laterales cíclicas reversibles la define la suma de la contribución del concreto, V_c , y la contribución del acero de refuerzo transversal, V_s , a esta resistencia. Sin embargo, la definición de estos parámetros se basa en empleo de hipótesis originales, verificadas por la información experimental existente.
- d) El método que propone este trabajo para definir la contribución del concreto a la resistencia a cortante, emplea un modelo que considera la interacción entre fuerza cortante y carga axial en compresión en un elemento de concreto simple, y el método es congruente con las condiciones que producen falla en el concreto en los casos de concreto simple. Algunos autores postulan que estas condiciones en concreto reforzado son esencialmente las mismas (Bresler y Pister, 1958). El Capítulo 5 describe en detalle investigaciones anteriores basada en ensayos de cilindros tubulares y sólidos, en los que se aplicaron esfuerzos en compresión y esfuerzos cortantes originados por un momento torsionante en los cilindros. Estas investigaciones emplean la teoría de la plasticidad y los resultados experimentales para definir el criterio de falla por cortante del elemento basado en función del esfuerzo cortante, τ , y esfuerzo normal, σ . Este criterio de falla permite identificar tres zonas diferentes para la relación entre estos esfuerzos a la falla, zonas definidas por los valores de σ . Una primera zona, para $\sigma \leq 0.4 f'_c$, donde estos esfuerzos son directamente proporcionales, una segunda zona, para $0.4 f'_c \leq \sigma \leq 0.8 f'_c$ donde la resistencia a cortante se puede considerar constante, y una tercera zona, para $0.8 f'_c < \sigma \leq 1$, donde para incrementos de σ , τ disminuye hasta llegar a cero en $\sigma = f'_c$.

- e) Para definir la contribución de V_s , se emplea un modelo que considera en una sección de la columna, la resultante de las fuerzas en tracción en el refuerzo longitudinal y en el concreto, T , y la resultante de las fuerzas en compresión en este refuerzo y en el concreto, C (Presland, 1999). La fuerza T actúa en una barra con área de acero equivalente, y la identificamos como barra equivalente. En esta barra, el esfuerzo es máximo en la sección de momento máximo de la columna, y es igual a cero en el extremo opuesto donde termina la barra, con longitud L_e . El modelo empleado considera que, en la parte superior e inferior de la columna, el refuerzo transversal se apoya en un extremo en la barra equivalente, y en el otro extremo se apoya en un puntal en compresión de forma curva. En la parte central de la columna, el refuerzo transversal se apoya directamente en la barra equivalente a cada lado de la sección de la columna. En esta zona central de la columna, por equilibrio el puntal deja de ser curvo y tiene la forma de una recta, y es en esta zona donde el refuerzo transversal participa en la resistencia a cortante. Se propone una expresión para definir la dimensión de esta zona en la dirección longitudinal de la columna, la que interviene en el cómputo de V_s , y que es función de la distancia de T al eje centroidal de la columna, y del ángulo θ que interviene en la geometría de esta zona.
- f) Para proponer un método de predicción de la resistencia nominal a cortante, V_n , se emplean los mecanismos de resistencia a cortante que se proponen en este estudio para el concreto y para el refuerzo transversal. En este estudio se emplea un procedimiento de optimización, en el cual se minimiza las diferencias de resultados empleando el modelo propuesto y los resultados de resistencia a cortante que muestran las columnas de la base de datos. Este procedimiento permite definir los parámetros requeridos para el cómputo del esfuerzo cortante resistente en la sección debido a la contribución del concreto, τ_{max} , donde intervienen los parámetros τ / f_c^{1q} y σ / f_c' , y para q se considera los valores 1, 2/3 y 1/2. En este procedimiento, para el cómputo de V_s se busca el valor óptimo de θ . Como resultado de este procedimiento de optimización, este estudio propone una expresión para definir V_n . El estudio muestra además un ejemplo de aplicación de este nuevo método de cómputo de V_n .
- g) Se empleó la información experimental de 5 columnas con modo de falla frágil por cortante, que no forman parte de la base de datos mencionada de 38 columnas, para validar el método propuesto. Los resultados de la aplicación de este método a las 5 columnas mencionadas, muestran que el método lleva a resultados con una buena correlación con los resultados experimentales. Estas columnas en general tienen valores altos de la cuantía de refuerzo longitudinal, ρ_l , en el intervalo de 1.7% a 8.1%, lo que permite observar que a mayor valor de ρ_l el método propuesto subestima ligeramente el valor de V_n , lo que sugiere que el modelo de la contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante de una columna podría mejorar ligeramente si se considera la influencia de ρ_l .

- h) Este estudio permite comparar los resultados de la aplicación del método propuesto para el cómputo de la resistencia nominal a cortante, V_n , de las columnas de la base de datos, con los resultados experimentales de la resistencia a cortante de estas columnas. Esta comparativa indica que el método propuesto lleva a valores de la relación V_{test}/V_n con los mejores parámetros estadísticos respecto a los obtenidos con los diferentes métodos considerados, con valores de mediana y de IIC iguales a 1.01 y 14%, respectivamente.
- i) Este trabajo estudia dos métodos para definir la curva carga lateral-distorsión de columnas sometidas a acciones sísmicas que tienen modo de falla frágil por cortante. Los dos métodos considerados son el de la ASCE 41-17 y el propuesto en este estudio. El método de la ASCE 41-17 se basa en definir una rigidez inicial igual a las de columnas con modo de falla por flexión, además emplea una resistencia nominal a cortante, V_n , definida en la Ec. (2.54), el desplazamiento correspondiente al punto de quiebre de la curva, fin de la respuesta lineal, resulta de dividir el valor de esta resistencia por la rigidez lateral mencionada. Este método define un valor de la distorsión de la columna donde empieza una caída brusca de la resistencia lateral de la columna, así como un valor de la distorsión donde termina la capacidad resistente residual.

El método propuesto en este estudio para definir la curva carga lateral-distorsión de columnas sometidas a acciones sísmicas que tienen modo de falla frágil por cortante, se basa en el empleo de una rigidez lateral inicial que se define como una fracción de la rigidez lateral a flexión propuesta por Restrepo y Rodríguez (2021), así como de la resistencia V_n propuesta en este estudio. El desplazamiento correspondiente al punto de quiebre de la curva resulta de dividir el valor de esta resistencia por la rigidez lateral mencionada. La parte no lineal de la curva carga lateral-distorsión tiene una resistencia que se considera constante e igual a V_n , hasta llegar a un valor de distorsión donde se inicia la caída de esta resistencia. El modelo considera además la definición de la distorsión de la columna donde la resistencia lateral se reduce al valor igual a $0.8 V_n$. Esta distorsión es función de desplazamiento debido a la grieta de cortante que contribuye al desplazamiento lateral de la columna. El modelo que se propone considera que esta contribución depende principalmente del tamaño del agregado en el concreto, y el valor que se emplea para esta contribución se considera válido para columnas con dimensiones comparables a las de las columnas de la base de datos, las cuales fueron menores que 1 m. El modelo propuesto considera que cuando la resistencia de la columna cae al valor $0.8 V_n$, ya no tiene capacidad de distorsión.

Este estudio muestra resultados del empleo de ejemplos de la base de datos experimental de 38 columnas aplicando el método de la ASCE 41-17 y el método propuesto para definir la curva carga lateral-distorsión de columnas. La comparativa de los resultados de estos ejemplos indica que en la mayor parte de los casos el empleo del método de la ASCE 41-17 lleva a resultados del lado de la inseguridad en lo referente a capacidad de distorsión de las columnas, mientras

que el método propuesto lleva en la mayor parte de los ejemplos a predicción de capacidad de distorsiones razonablemente cercanas a las experimentales y del lado de la seguridad.

- j) Debido a que la base de datos empleada no tiene columnas con dimensiones de su sección transversal menores que 1 m, este estudio considera algunos casos hipotéticos de columnas de tamaños diferentes, con estas columnas se comparan los resultados de cómputo de curva carga lateral-distorsión empleando el método de la ASCE 41-17 y el método que se propone. Se consideró una columna con dimensiones de su sección transversal 1.2x1.2 m, con claro de cortante igual a 2.4 m, y una columna con dimensiones de su sección transversal 0.3x0.3 m, con claro de cortante igual a 0.6 m. En esta pareja de columnas son iguales los siguientes parámetros adimensionales, $N_u/(A_g f'_c)$, ρ_t , ρ_v , así como las resistencias especificadas f_y y f'_c . Los resultados de esta comparativa muestran que aplicando el método de la ASCE 41-17, las curvas carga lateral-distorsión calculadas son iguales, es decir el método no toma en cuenta el efecto de tamaño de la columna. Los resultados de la aplicación del método propuesto muestran que, en la zona de reducción de la capacidad resistente de la columna, la capacidad de distorsión en las columnas grandes es menor que las de los casos con menores dimensiones.
- k) Como necesidad de futuras investigaciones, considerando las características de las columnas de la base de datos existente, este estudio sugiere llevar a cabo estudios analíticos y experimentales de columnas de concreto reforzado sometidas a acciones del tipo sísmicas con algunas de las siguientes características: dimensiones de la sección transversal mayores que 1 m, relaciones de carga axial $N_u/(A_g f'_c)$ mayores que 0.3, y con cuantías de acero de refuerzo longitudinal mayores que 4%.

Notación

A_{cc}	= área del núcleo de la sección transversal
A_e	= área efectiva de cortante
A_g	= área bruta de la sección transversal de concreto
A_s	= área del refuerzo longitudinal en tracción
A_{st}	= área total del acero de refuerzo longitudinal
A_t	= área transformada de la sección transversal
A_v	= área del acero de refuerzo transversal con espaciado s
A_w	= área nominal del concreto confinado
a	= parámetro empleado para estimar la capacidad de deformación en la curva carga lateral-distorsión
a_v	= claro de cortante igual a L para una columna en voladizo
b	= parámetro empleado para estimar la capacidad de deformación en la curva carga lateral-distorsión
b_c	= ancho del núcleo confinado medido al exterior del refuerzo transversal
b_w	= ancho de la sección de columna rectangular
C	= fuerza resultante en compresión
c	= profundidad de la zona de compresión por flexión; parámetro empleado para estimar la resistencia residual
c_c	= recubrimiento libre al refuerzo transversal
c_o	= recubrimiento al centro del refuerzo transversal perimetral
D'_c	= fuerza interna resultante de compresión en la sección crítica de una columna después del agrietamiento
D'_t	= fuerza interna resultante de tracción en la sección crítica de una columna después del agrietamiento
D_c	= fuerza interna resultante de compresión en la sección crítica de una columna
D_t	= fuerza interna resultante de tracción en la sección crítica de una columna

- d = distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del refuerzo longitudinal en tracción
 d_b = diámetro nominal de la barra longitudinal
 d_{be} = diámetro de barra de una sección con ocho barras equivalentes
 d_{bt} = diámetro nominal del acero de refuerzo transversal
 d_e = profundidad efectiva de la sección transversal
 d_v = profundidad efectiva de cortante tomada como el brazo de palanca de flexión, no debe ser menor que $0.9d$
 E_c = módulo de elasticidad del concreto
 E_s = módulo de elasticidad del acero de refuerzo
 F_{yh} = fuerza de fluencia de los estribos horizontales
 f_1 = esfuerzos en tracción perpendiculares a un puntal diagonal de compresión
 f_2 = esfuerzos en compresión en un puntal diagonal
 f'_c = resistencia a la compresión especificada del concreto
 \hat{f}'_c = resistencia a la compresión medida del concreto
 f'_{ce} = resistencia a compresión esperada del concreto
 f'_{ceff} = resistencia a la compresión efectiva del concreto
 f_{cr} = resistencia a tracción del concreto
 f_{st} = esfuerzo en el refuerzo transversal
 f_{ie} = resistencia efectiva a la tracción del concreto
 f_y = esfuerzo especificado de fluencia del refuerzo longitudinal
 \hat{f}_y = esfuerzo medido de fluencia del refuerzo longitudinal
 f_{yt} = esfuerzo especificado de fluencia del refuerzo transversal
 \hat{f}_{yt} = esfuerzo medido de fluencia del refuerzo transversal
 f_v = esfuerzo promedio en el refuerzo transversal
 h = peralte de la columna
 h' = distancia medida al centro de los estribos perimetrales
 I_g = momento de inercia de la sección bruta
 jd = distancia entre la resultante de la fuerza en tracción y la fuerza en compresión de una columna sometida a flexión y carga axial
 K = rigidez lateral
 K'_e = rigidez lateral efectiva
 K_a = rigidez a cortante en el mecanismo de puntal diagonal
 K_a = rigidez a cortante en el mecanismo de armadura
 K_g = rigidez lateral obtenida empleando propiedades de la sección bruta
 K'_{yv} = rigidez lateral inicial de la curva carga lateral–distorsión de columnas con modo de falla frágil por cortante
 K'_{yv_test} = rigidez lateral inicial de la curva carga lateral–distorsión de columnas con modo de falla frágil por cortante, obtenida de curvas experimentales

- k_1, k_2 = parámetros que definen la cohesión y fricción, respectivamente
 k_c = factor correspondiente al confinamiento del concreto
 k_d = factor debido a la ductilidad
 kd = profundidad de la zona de compresión de flexión de una columna con respuesta elástica
 k_{nl} = factor que afecta la resistencia a cortante en el método de la ASCE 41-17
 k_s = factor que afecta la resistencia a cortante en el método de la ASCE 41-13
 L = longitud de una columna en voladizo
 L_e = longitud de una barra equivalente en tracción
 l_u = longitud de columna en un entrepiso
 M = momento flexionante en una sección
 m, b_1 = parámetros empleados para definir τ^*
 M_{cd} = momento creíble resistente obtenido con propiedades mecánicas medidas del concreto y del acero
 M_{max} = momento correspondiente a la fuerza cortante actuante máxima, $V_{max} L$
 M_n = momento nominal a flexión
 M_{st} = momento actuante en un mecanismo de puntal diagonal
 M_t = momento actuante en un mecanismo de armadura
 M_{test} = momento resistente obtenido de ensayos experimentales igual a $V_{test} L$
 M_y = momento flexionante en la condición de fluencia
 N_p = carga axial actuante en una sección en análisis empleando el "MCFT"
 N_{st} = carga axial actuante en un mecanismo de puntal diagonal
 N_t = carga axial actuante en un mecanismo de armadura
 N_u = fuerza axial en una columna
 N_v = fuerza en tracción que equilibra las fuerzas en un puntal diagonal
 n = E_s/E_c
 n_t = número total de estribos en una longitud a_v
 n_b = número de barras en una sección transversal
 n_{be} = número de barras equivalentes en una sección transversal
 p = relación entre A_s y A_g
 p_{we} = relación de A_v y $b_c s$
 Q/Q_y = relación de carga lateral a carga correspondiente a la fluencia
 q = exponente de f'_c que interviene en la definición de la contribución del concreto a la resistencia a cortante
 R = radio del círculo de Mohr
 S = módulo de la sección elástica
 s = espaciamiento de centro a centro del refuerzo transversal
 s_{mx} = espaciamiento de las grietas en la dirección x
 s_{my} = espaciamiento de las grietas en la dirección y
 $s_{m\theta}$ = espaciamiento promedio de las grietas

- s_{ze} = distancia efectiva entre grietas
 T = resultante de fuerzas en tracción actuante en una barra equivalente
 T_e = resultante de fuerzas en tracción en el método de Pujol et al. (2016)
 T_s = fuerza en tracción que interviene en el equilibrio de fuerzas de una columna después del agrietamiento
 T_y = resultante de fuerzas en tracción que actúa en el momento M'_y
 V = fuerza cortante actuante en una columna
 $V_{armadura}, V_{armadura-tension}, V_{armadura-compresión}$ = fuerza cortante resistida por un mecanismo de armadura
 V_c = fuerza cortante resistente debido a la contribución del concreto
 V_{Col} = resistencia nominal a cortante, la emplea la ASCE 41-17
 V_{Col0E} = fuerza cortante para demandas de ductilidad de desplazamiento menores o iguales a 2
 V_{cd} = carga lateral definida como M_{cd}/L
 v_{ci} = esfuerzo cortante en la superficie de una grieta
 V_{eff} = carga lateral máxima resistida por una columna en un ensayo, considerando el efecto N_u-A
 V_{max} = fuerza cortante máxima actuante en una columna
 V_N = resistencia a fuerza cortante dada por un mecanismo de puntal
 V_n = resistencia nominal a cortante
 $V_{puntal-compresión}$ = fuerza cortante resistida por un mecanismo de tensor-compresión
 V_s = fuerza cortante resistente debido a la contribución del refuerzo transversal
 V_{st} = fuerza cortante actuante en un mecanismo de puntal
 V_t = fuerza cortante actuante en un mecanismo de armadura
 $V_{tensión-diag}$ = fuerza cortante resistida por un mecanismo de tracción diagonal
 V_{test} = resistencia lateral medida experimentalmente
 V_y = demanda de fuerza cortante en la fluencia, definida como M_y/L
 V_{yE} = demanda de fuerza cortante correspondiente al inicio de la fluencia del refuerzo longitudinal
 w = ancho de una grieta
 z'_{yv} = factor que modifica la rigidez lateral efectiva para definir K'_{yv}
 α = factor que toma en cuenta la relación de aspecto; parámetro que influye en la distancia de una fuerza de tracción equivalente y el centro de la columna
 α_1, α_2 = factores que toman en cuenta la adherencia del refuerzo
 α_{Col} = parámetro que toma en cuenta la efectividad del refuerzo transversal
 α_P = inclinación de la línea que une el centro de la compresión debido a flexión, arriba y abajo de una columna con doble curvatura
 α_S = ángulo de inclinación de un puntal diagonal
 α_s = tamaño máximo del agregado
 β = factor de reducción de resistencia a cortante del concreto
 γ_{eh} = distancia entre los lechos extremos de las barras de una sección transversal con ocho barras equivalentes
 γ_t = desplazamiento lateral debido al mecanismo de armadura, igual a $\delta_c + \delta_s$

- γ_{xy} = deformación de cortante en un elemento membrana
 Δ = desplazamiento lateral en el extremo de una columna en voladizo
 Δ'_{yv} = desplazamiento en el que termina la respuesta lineal de la curva carga lateral-distorsión
 Δ'_{yv_test} = desplazamiento medido de curvas experimentales, en el que termina la respuesta lineal de la curva carga lateral-distorsión
 Δ_{80} = desplazamiento donde la resistencia en la curva carga lateral-desplazamiento se reduce al 80%
 Δ_{80_test} = desplazamiento medido de curvas experimentales, donde la resistencia en la curva carga lateral-desplazamiento se reduce al 80%
 Δ_c = acortamiento del puntal crítico en el mecanismo de armadura
 Δ_f = desplazamiento debido a la grieta de cortante
 Δ_{f_test} = valor promedio del desplazamiento debido a la grieta de cortante, estimado con valores experimentales
 Δ_m = desplazamiento donde empieza la reducción de la resistencia en la curva carga lateral-distorsión
 Δ_{m_test} = desplazamiento medido de curvas experimentales, donde empieza la reducción de la resistencia en la curva carga lateral-distorsión
 δ = deformación axial
 δ_c = desplazamiento lateral de la columna debido a la compresión del puntal crítico en el mecanismo de armadura
 δ_s = alargamiento del refuerzo transversal en el mecanismo de armadura
 ε'_c = deformación asociada a la resistencia f'_c
 ε_1 = deformación principal en tracción
 ε_2 = deformación principal en compresión
 ε_a = deformación en compresión en el puntal diagonal debido al cortante V_N
 ε_c = deformación en compresión del concreto
 ε_{cr} = deformación del concreto correspondiente a su resistencia a tracción directa
 ε_s = deformación del acero de refuerzo
 ε_t = deformación de un elemento membrana en el eje y
 ε_x = deformación de un elemento membrana en el eje x
 ε_{xm} = deformación longitudinal a mitad de peralte de la sección transversal
 ε_y = deformación correspondiente a la fluencia del acero de refuerzo
 ζ = coeficiente de reducción de resistencia en compresión del concreto agrietado
 ζ'_g = factor modificador de la rigidez lateral efectiva
 θ = ángulo que interviene en el cómputo de V_s
 θ'_m = ángulo que define la dirección de los esfuerzos principales de tracción o compresión después del agrietamiento
 θ_0 = ángulo que interviene en la definición del ángulo θ en el método propuesto
 θ_m = ángulo que define la dirección de esfuerzos principales en tracción o compresión

θ_{str}	= ángulo de inclinación del puntal de compresión y un eje horizontal
κ_t	= relación entre τ_t y τ_g
ρ_l	= relación de A_{st} y $b_w h$
ρ_t	= relación de A_v y $b_w s$ (ASCE 41-17)
ρ_v	= relación de A_v y $b_w s$ (ACI 318-19)
ρ_w	= relación de A_s y $b_w d$
σ	= esfuerzo normal
σ_0	= esfuerzo medio normal en un elemento de concreto simple
σ_1	= esfuerzo principal de tracción
σ_2	= esfuerzo principal de compresión
σ_a	= esfuerzo normal debido a la carga axial
σ_A, σ_B	= esfuerzos en los extremos de una sección
σ_{at}	= esfuerzo normal debido a la carga axial en una sección transformada A_t
σ_c	= esfuerzo principal en compresión
σ_f	= esfuerzo debido a flexión en una sección
σ_t	= esfuerzo normal promedio en el refuerzo transversal
σ_x	= esfuerzo normal en la dirección x
σ_y	= esfuerzo normal en la dirección y
τ	= esfuerzo cortante
τ^*	= esfuerzo cortante resistente adimensional
τ_0	= esfuerzo medio cortante en un elemento de concreto simple
τ_1	= esfuerzo cortante en el Límite 1
τ_2	= esfuerzo cortante en el Límite 2
τ_g	= esfuerzo cortante en el área bruta de una sección transversal
τ_m	= esfuerzo cortante máximo en una sección transversal
τ_{max}	= esfuerzo cortante resistente en una sección transversal debido a la contribución del concreto
τ_n	= esfuerzo cortante nominal, dado por el menor de los esfuerzos τ_1 y τ_2
τ_t	= esfuerzo cortante en el área transformada de una sección transversal
τ_{xy}	= esfuerzo cortante en un elemento
ψ	= parámetro que toma en cuenta el factor de escala
ω_l	= cuantía mecánica de refuerzo

Lista de figuras

Figura 1.1 Clasificación del comportamiento y tipos de falla en columnas de concreto reforzado que responden a cargas laterales	2
Figura 1.2 Columna rectangular de concreto reforzado con falla frágil por cortante en el punto de inflexión, espécimen D12 (Ousalem y Tasai, 2004; Ousalem, 2022)	3
Figura 2.1 Mecanismos que resisten la fuerza cortante en una columna, propuesto por Shohara y Kato (1981) y Minami y Wakabayashi (1981)	8
Figura 2.2 Mecanismos que resisten la fuerza cortante, propuesto por Priestley et al. (1994)	9
Figura 2.3 Deformaciones promedio en un elemento membrana agrietado	10
Figura 2.4 Sección transversal de una columna, y esfuerzos principales y promedios que se emplean en la teoría MCFT (Collins y Mitchell, 1991)	11
Figura 2.5 Diagrama de flujo del procedimiento planteado en el MCFT para la predicción de la resistencia a cortante (Adaptado de Collins y Mitchell, 1991)	14
Figura 2.6 Superposición de mecanismos que resisten la fuerza cortante, propuesto por Pan y Li (2013).....	16
Figura 2.7 Deformación y desplazamientos por cortante debido al mecanismo de armadura (Pan y Li, 2013)	18
Figura 2.8 Límites para el criterio de falla Mohr-Coulomb	22
Figura 3.1 Configuraciones de ensayos de columnas	30
Figura 3.2 Diagrama de flujo de la ruta empleada para seleccionar los especímenes con modo de falla frágil por cortante.....	31
Figura 3.3 Distribución de las propiedades más relevantes de las columnas de la base de datos	35
Figura 4.1 Definición del diagrama de caja.....	39
Figura 4.2 Diagramas de caja de resultados de resistencia experimental y de métodos de predicción de resistencia a cortante de columnas de la base de datos	39
Figura 5.1 Descripción de la columna de estudio, y esfuerzos normales y cortantes en la sección A-A	42
Figura 5.2 Esfuerzos normales y cortantes en una porción de la columna en estudio.....	42
Figura 5.3 Estado de esfuerzos de una columna, representado con la solución gráfica de Mohr.....	43
Figura 5.4 Esquema de los puntos seleccionados en una sección de la columna, para la obtención de sus esfuerzos principales σ_1 y σ_2	44
Figura 5.5 Trayectorias de esfuerzo aproximadas en una columna en volado con carga lateral.....	44
Figura 5.6 Elementos mecánicos en una columna con doble curvatura con carga axial en compresión y carga lateral.....	45

Figura 5.7 Relación entre el área transformada y el área bruta de una sección de 300 x 600 mm, respecto de la relación de refuerzo longitudinal.....	46
Figura 5.8 Relación de esfuerzos empleando el área transformada y el área bruta, k_t , respecto de la relación de refuerzo longitudinal.....	46
Figura 5.9 Distribución de resultantes de fuerzas a mitad de altura de la columna después del agrietamiento en diagonal.....	47
Figura 5.10 Polígonos de fuerzas externas, F. E., y fuerzas internas, F.I., antes e inmediatamente después del agrietamiento.....	48
Figura 5.11 Comparativa de resistencia cortante-compresión en elementos de concreto simple aplicando diversos criterios de falla, para concretos con valores de f'_c iguales a 28 y 55 MPa. La resistencia en cortante se expresa como τ/f'_c	52
Figura 5.12 Comparativa de resistencia cortante-compresión en elementos de concreto simple aplicando diversos criterios de falla, para concretos con valores de f'_c iguales a 28 y 55 MPa. La resistencia en cortante se expresa como $\tau/f'_c l/2$	52
Figura 5.13 Resultados experimentales de concreto a compresión y cortante, por diferentes autores.....	59
Figura 5.14 Mecanismo de armadura dado por la contribución del acero transversal a la resistencia a cortante, V_s	62
Figura 5.15 Sección transversal con ocho barras equivalentes transformadas a dos barras equivalentes.....	63
Figura 5.16 Predicción de esfuerzos cortantes resistentes empleando el modelo propuesto para un modelo trilineal, para los valores de q considerados, y resultados experimentales de elementos de concreto simple que fallan por cortante.....	67
Figura 5.17 Comparativa de resultados del cómputo de la contribución del concreto a la resistencia a cortante empleando el método propuesto y resultados experimentales de elementos de concreto simple.....	70
Figura 5.18 Diagramas de caja de resultados la relación V_{test}/V_n empleando los métodos de predicción de resistencia a cortante revisados en este trabajo e incluyendo el método propuesto, aplicados a la base de datos de 38 columnas.....	75
Figura 6.1 Relación carga lateral relativa –distorsión. Figura 10-1 de la ASCE 41-17.....	78
Figura 6.2 Curva carga lateral–distorsión propuesta.....	79
Figura 6.3 Analogía del comportamiento de una columna en la descarga a 0.8 V_{max} y el estado de estrangulamiento en una probeta de acero ensayada en tracción.....	81
Figura 6.4 Relación entre K'_{yv} y $K'e$	85
Figura 6.5 Relación entre $\Delta m_{test}/L$ y Δ'_{yv}_{test}/L	85
Figura 7.1 Comparación de los resultados obtenidos de aplicar los métodos en estudio respecto de resultados de algunos ejemplos de la base de datos experimental de 38 columnas.....	92
Figura 7.2 Resultados de aplicar los métodos en estudio a las columnas hipotéticas.....	95
Figura 7.3 Validación del método propuesto y evaluación del método de la ASCE 41-17 con algunos ejemplos de la base de datos de cinco columnas (Tabla 6.4).....	96

Lista de tablas

Tabla 3.1 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para este estudio	32
Tabla 3.2 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para este estudio (continuación)	34
Tabla 3.3 Propiedades relevantes de las columnas de la base de datos para validación del método.....	36
Tabla 4.1 Resistencia lateral experimental V_{test} y relación V_{test}/V_n . a) Priestley et al. (1994), b) Bentz (2000), c) Priestley et al. (2007), d) Pan y Li (2013), e) ASCE 41-13 (2014), f) Pujol et al. (2016), g) NTC-C (2017), h) ASCE 41-17 (2017), i) Hua et al. (2019), j) ACI 318-19 A (2019) y k) ACI 318-19 B (2019)	37
Tabla 5.1 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Bresler y Pister (1958)	53
Tabla 5.2 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Goode y Helmy (1967)	55
Tabla 5.3 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Khaloo y Ahmad (1988)	56
Tabla 5.4 Resultados experimentales de esfuerzos cortantes y en compresión en la falla de cilindros tubulares ensayados por Tsuboi y Suenaga (1960)	56
Tabla 5.5 Resumen de resultados de optimización.....	66
Tabla 5.6 Resultados para comprobación del método propuesto	72
Tabla 5.7 Resistencia lateral experimental V_{test} y relación V_{test}/V_n . a) Priestley et al. (1994), b) Bentz (2000), c) Priestley et al. (2007), d) Pan y Li (2013), e) ASCE 41-13 (2014), f) Pujol et al. (2016), g) NTC-C (2017), h) ASCE 41-17 (2017), i) Hua et al. (2019), j) ACI 318-19 A (2019), k) ACI 318-19 B (2019) y l) Modelo propuesto.....	73
Tabla 6.1 Expresiones de la Tabla 10-8 del ASCE 41-17 para el cómputo de las distorsiones a y b, y el parámetro c, de la curva carga lateral - distorsión.....	78
Tabla 6.2 Expresiones del ASCE 41-17, Tabla 10-5, para el cómputo de la rigidez	79
Tabla 6.3 Información empleada para obtener la rigidez inicial en columnas con modo de falla frágil por cortante	83
Tabla 6.4 Valores de distorsiones y desplazamientos experimentales empleados para definir la curva carga lateral-desplazamiento, y valores calculados al aplicar el método	86

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Bibliografía

- ACI (American Concrete Institute). (1992). *363R-92: Report on High-Strength Concrete (Reapproved 1997)*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute.
- ACI (American Concrete Institute). (2019). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute.
- American Society of Civil Engineers (ASCE). (2014). *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings (ASCE/SEI 41-13)*. Reston, VA: American Society of Civil Engineers.
- American Society of Civil Engineers (ASCE). (2017). *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings (ASCE/SEI 41-17)*. Reston, VA: American Society of Civil Engineers.
- ASCE-ACI Task Committee 426. (1973). The shear strength of reinforced concrete members. *Journal of Structural Division, ASCE*, 99(6), 1091-1187.
- Bentz, E. C. (2000). *Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members* (Ph.D. thesis). Department of Civil Engineering, University of Toronto, Ontario, Canada.
- Bentz, E. C., Vecchio, F., & Collins, M. (2006). Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements. *ACI Structural Journal*, 103(4), 614-623.
- Bett, B. J., Klinger, R., & Jirsa, J. (1985). *Behavior of Strengthened and Repaired Reinforced Concrete Columns Under Cyclic Deformations* (PMPSEL Report No. 85-3). The University of Texas at Austin.
- Bresler, B., & Pister, K. S. (1958). Strength of Concrete Under Combined Stresses. *ACI Structural Journal*, 30(52-20), 401-422.
- Collins, M. P., & Mitchell, D. (1991). *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Ghannoum, W., Sivaramakrishnan, B., Pujol, S., Catlin, A., Sumudinie, F., Yoosuf, N., & Wang, Y. (2015). *NEES: ACI 369 Rectangular Column Database*. Retrieved from <https://datacenterhub.org/resources/255/about>
- Goode, C. D., & Helmy, M. A. (1967). The strength of concrete under combined shear and direct stress. *Magazine of Concrete Research*, 19(59), 193-201.
- Gopalaratnam, V. S., & Shah, S. (1985). Softening Response of Plain Concrete in Direct Tension. *ACI Structural Journal*, 82(3), 310-323.
- Guerrini, G., & Restrepo, J. (2018). Extent of Plasticity in Reinforced Concrete Columns. *ACI Structural Journal*, 115(5), 1219-1230.
- Hua, J., Eberhard, M. O., Lowes, L., & Gu, X. (2019). Modes, Mechanisms, and Likelihood of Seismic Shear Failure in Rectangular Reinforced Concrete Columns. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 145(10). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0002365](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002365)
- Huy, P., Yuen, T., Hung, C., & Mosalam, K. (2022). Seismic behaviour of full-scale lightly reinforced concrete columns under high axial loads. *Journal of Building Engineering*, 56.

- Ichinose, T. (1992). A Shear Design Equation for Ductile RC Members. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 21, 197-214.
- Kabeyasawa, T., Tasai, A., & Igarashi, S. (2002). An Economical and Efficient Method of Strengthening Reinforced Concrete Columns against Axial Load Collapse during Major Earthquake. In *Proceedings of The Third US-Japan Workshop on Performance-Based Earthquake Engineering Methodology for RC Buildings* (pp. 399-411). PEER Report 2002/02.
- Khaloo, A. R., & Ahmad, S. H. (1988). Behavior of Normal and High-Strength Concrete under Combined Compression-Shear Loading. *ACI Materials Journal*, 85(M55), 503-510.
- Kowalsky, M., & Priestley, M. J. N. (2000). Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions. *ACI Structural Journal*, 97(3), 388-396.
- Kuramoto, H., & Minami, K. (1992). Experiments on the shear strength of ultra-high strength reinforced concrete columns. *Earthquake Engineering, Tenth World Conference*, 3001-3006.
- Li, Y., Weng, P., & Hwang, S. (2019). Seismic Performance of Reinforced Concrete Intermediate Short Columns Failed in Shear. *ACI Structural Journal*, 116(3), 195-206. <https://doi.org/10.14359/51713309>
- Ministry of Business, Innovation, and Employment (MBIE). (2018). *The Seismic Assessment of Existing Buildings* (Part C). Retrieved from <https://www.building.govt.nz/assets/Uploads/building-code-compliance/b-stability/b1-structure/seismic-assessment/c5-concrete-buildings.pdf>
- Minami, K., & Wakabayashi, M. (1981). Rational Analysis of Shear in Reinforced Concrete Columns. *IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete*, 603-614.
- Nakamura, T., & Yoshimura, M. (2014). Gravity Load Collapse of Reinforced Concrete Columns with Decreased Axial Load. *Second European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*. Istanbul.
- Nakamura, T., Miyajima, K., & Yamamoto, I. (2020). Structural performance evaluation of shear-failing RC columns with large longitudinal reinforcement ratio. *The 17th World Conference on Earthquake Engineering*. Sendai, Japan.
- Nakamura, T., & Yoshimura, M. (2002). Gravity Load Collapse of Reinforced Concrete Columns with Brittle Failure Modes. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, 1(1), 21-27. <https://doi.org/10.3130/jaabe.1.21>
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. (2017). *Gaceta oficial de la Ciudad de México*.
- Ou, Y., & Kurniawan, D. P. (2015). Shear Behavior of Reinforced Concrete Columns with High-Strength Steel and Concrete. *ACI Structural Journal*, 112(1), 35-45. <https://doi.org/10.14359/51686822>
- Ousalem, H. (2022). Comunicación personal.
- Ousalem, H., Kabeyasawa, T., & Tasai, A. (2004). Effect of Hysteretic Reversals on Lateral and Axial Capacities of Reinforced Concrete Columns. In *Proceedings of The Fifth U.S.-Japan Workshop on Performance-Based Earthquake Engineering Methodology for Reinforced Concrete Structures* (pp. 211-221). PEER Report 2003/11.
- Pan, Z., & Li, B. (2013). Truss-Arch Model for Shear Strength of Shear-Critical Reinforced Concrete Columns. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 139(4), 548-560.
- Paul, B. (1961). Modification of the Coulomb-Mohr theory of fracture. *Journal of Applied Mechanics*, 28, 259-268.
- Presland, R. A. (1999). *Seismic Performance of Retrofitted Reinforced Concrete Bridge Piers* (Ph.D. thesis). University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- Priestley, M. J. N., Calvi, G. M., & Kowalsky, M. J. (2007). *Displacement-Based Seismic Design of Structures*. Pavia, Italy: IUSS Press.
- Priestley, M. J. N., Verma, R., & Xiao, Y. (1994). Seismic Shear Strength of Reinforced Concrete Columns. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 120(8), 2310-2329.
- Pujol, S., Hanai, N., Ichinose, T., & Sozen, M. A. (2016). Using Mohr-Coulomb Criterion to Estimate Shear Strength of Reinforced Concrete Columns. *ACI Structural Journal*, 113(3). <https://doi.org/10.14359/51688743>
- Ramírez, H., & Jirsa, J. O. (1980). Effect of axial load on shear behavior of short RC columns under cyclic lateral deformations. *PMFSEL Report No. 80-1*. The University of Texas at Austin.

- Response-2000. (2000). Reinforced Concrete Sectional Analysis using the Modified Compression Field theory (by E. Bentz & M. Collins). University of Toronto.
- Restrepo, J. I., & Rodriguez, M. E. (2013). On the probable moment strength of reinforced concrete columns. *ACI Structural Journal*, 110(4), 681-690.
- Restrepo, J. I., & Rodriguez, M. E. (2021). Stiffness modifiers to support the seismic design of reinforced concrete rectangular columns. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 147(10). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0003123](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0003123)
- Richart, F. E., Brandtzaeg, A., & Brown, R. L. (1929). The failure of plain and spirally reinforced concrete in compression. *Bulletin No. 190*, University of Illinois Engineering Experiment Station, 26(31), 1-74.
- Sezen, H., & Moehle, J. P. (2004). Shear strength model for lightly reinforced concrete columns. *Journal of Structural Engineering*, 130(11). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2004\)130:11\(1692\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:11(1692))
- Shohara, R., & Kato, B. (1981). Ultimate strength of reinforced concrete members under combined loading. In *IABSE Colloquium on Advances in Mechanics of Reinforced Concrete*, Delft, Final Report, 701-716.
- Soper, D. S. (2021). Greed is good: Rapid hyperparameter optimization and model selection using greedy k-fold cross validation. *Electronics*, 10(1973). <https://doi.org/10.3390/electronics10161973>
- Thürlimann, B. (1979). Plastic analysis of reinforced concrete beams. *Introductory Report of IABSE Colloquium*, Copenhagen, 71-90.
- Tran, C. T. N. (2010). Experimental and analytical studies on the seismic behavior of reinforced concrete columns with light transverse reinforcement (Ph.D. thesis). School of Civil and Environmental Engineering, Nanyang Technological University, Singapore.
- Tsuboi, Y., & Suenaga, Y. (1960). Experimental study on failure of plain concrete under combined stresses. *Transactions of the Architectural Institute of Japan*, 64, 25-36.
- Umehara, H., & Jirsa, J. O. (1982). Shear strength and deterioration of short reinforced concrete columns under cyclic deformations. *PMFSEL Report No. 82-3*. The University of Texas at Austin.
- Vecchio, F., & Collins, M. (1986). The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Structural Journal*, 83(22), March-April.
- Watanabe, F., & Ichinose, T. (1992). Strength and ductility design of RC members subjected to combined bending and shear. In *Concrete Shear in Earthquake* (pp. 429-438). Edited by Hsu, T. C. C., & Mau, S. T., Elsevier Applied Science.
- Yoshimura, M., & Nakamura, T. (2002). Axial collapse of reinforced concrete short columns. In *The Fourth U.S.-Japan Workshop on Performance-Based Earthquake Engineering Methodology for Reinforced Concrete Building Structures*. Toba, Japan, PEER Report 2002/21, 187-198.
- Yu, Q., & Bazant, Z. P. (2011). Can stirrups suppress size effect on shear strength of RC beams? *Journal of Structural Engineering*, 137(5), 607-617.
- Zheng, W., Kwan, K. H., & Lee, P. K. K. (2001). Direct tension test of concrete. *ACI Materials Journal*, 98(1), 63-71.

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Apéndice A

Procedimiento para obtener los valores de k_1 y k_2

Este apéndice muestra que, para elementos de concreto confinado, el criterio de falla de Mohr-Coulomb se puede definir en función del esfuerzo en compresión actuante y el de cortante. En este criterio intervienen los parámetros de cohesión, k_1 , y fricción, k_2 . En lo que sigue se muestra cómo se obtienen los valores de estos parámetros.

Se estudia el caso de cilindros de concreto normal con esfuerzo normal axial, σ_1 , y esfuerzo normal de confinamiento, σ_2 . Richart et al. (1929) encontraron que σ_1 y σ_2 se relacionan como:

$$\sigma_1 = f'_c + k_c \sigma_2 \quad (\text{A.1})$$

dónde, k_c es el factor de confinamiento, el valor propuesto por estos autores para k_c es 4.1. Pujol et al. (2016) proponen emplear $k_c = 4$, con este valor la Ec. (A.1) tiene la forma:

$$\sigma_1 = f'_c + 4\sigma_2 \quad (\text{A.2})$$

En el círculo de esfuerzos de Mohr, empleando σ_1 y σ_2 , las coordenadas del centro del círculo, σ_{prom} , y su diámetro, D , son, respectivamente:

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (\text{A.3})$$

$$D = \sigma_2 - \sigma_1 \quad (\text{A.4})$$

El círculo de Mohr asociado a la Ec. (A.2) corresponde a una familia de círculos con coordenadas del centro y valor del diámetro, dadas por las Ecs. (A.5) y (A.6), respectivamente:

$$\frac{f'_c + 5\sigma_2}{2} \quad (\text{A.5})$$

$$f'_c + 3\sigma_2 \quad (\text{A.6})$$

La Figura A.1 muestra, dos círculos correspondientes a la familia de círculos mencionada. En el primer círculo, achurado con gris, el esfuerzo σ_2 es igual a cero, y aquí lo denominamos círculo uno. Sin achurar, se muestra un círculo denominado círculo dos, con un valor cualquiera de σ_2 .

La Figura A.1 también muestra con línea punteada roja, el criterio de falla definido por la línea tangente a los dos círculos de la familia mencionada, cuya pendiente es el parámetro k_2 y la intersección con el eje del esfuerzo cortante τ es k_1 . En esta figura, las coordenadas del centro y dimensiones de los radios de los círculos uno y dos, son C_1 y C_2 , y r_1 y r_2 , respectivamente.

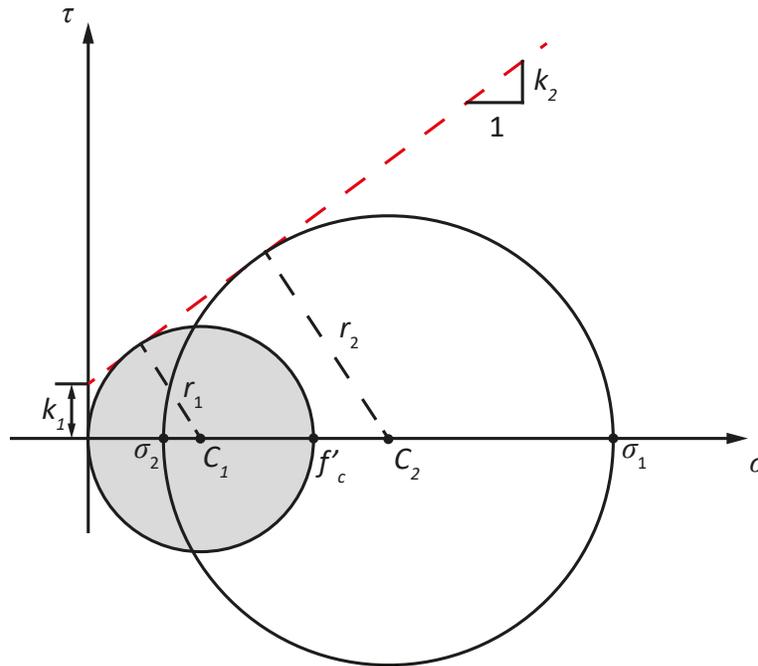


Figura A.1 Círculos de Mohr para dos diferentes estados de esfuerzos σ_2

Para encontrar el valor del parámetro k_2 , se emplea la geometría mostrada en la Figura A.2, donde se muestra, achurado con color gris, el triángulo rectángulo inscrito entre la línea tangente a los círculos uno y dos, y sus respectivos radios. En esta misma figura, con triángulo achurado en color naranja, se muestran las propiedades del triángulo empleado para encontrar el valor del parámetro k_2 .

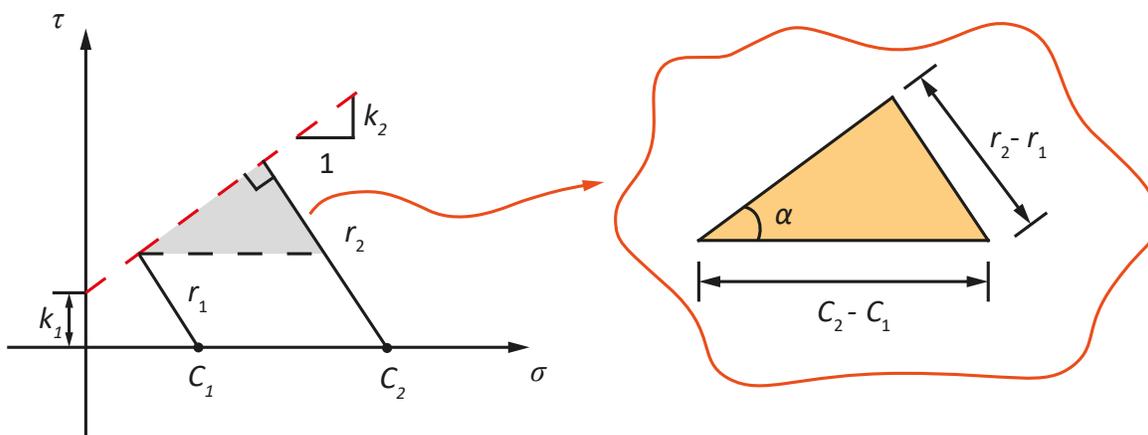


Figura A.2 Geometría empleada para encontrar el valor del parámetro k_2

Empleando las Ecs. (A.5) y (A.6), los radios y coordenadas de los centros de los círculos en estudio son, respectivamente:

$$r_1 = \frac{f'_c}{2}$$

$$r_2 = \frac{f'_c + 3\sigma_2}{2}$$

$$C_1 = \frac{f'_c}{2}$$

$$C_2 = \frac{f'_c + 5\sigma_2}{2}$$

La pendiente de una recta, tangente del ángulo de ella respecto al eje x , es igual a la tangente del ángulo α de la Figura A.2

$$\text{sen } \alpha = \frac{r_2 - r_1}{C_2 - C_1} = \frac{(f'_c/2) + (3\sigma_2/2) - (f'_c/2)}{(f'_c/2) + (5\sigma_2/2) - (f'_c/2)} = \frac{3}{5}$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = 36.87^\circ$$

$$k_2 = \tan \alpha = \tan (36.87) = \frac{3}{4}$$

Para encontrar el valor del parámetro k_1 se emplea la ecuación de la recta correspondiente al criterio de falla en estudio, es decir $\tau = k_2 \sigma + k_1$. Para obtener el parámetro k_1 , se emplea los valores del punto con coordenada (σ_k, τ_k) , en la tangente del círculo uno, Figura A.3. Para encontrar estas coordenadas se emplea el triángulo inscrito por el radio del círculo uno, achurado en gris de la Figura A.3.

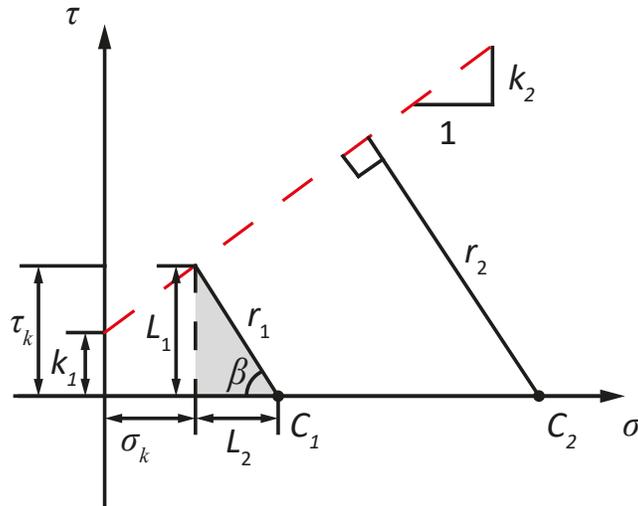


Figura A.3 Geometría empleada para encontrar el valor del parámetro k_1

Las coordenadas anteriormente mencionadas, se encuentran con el siguiente procedimiento:

$$\beta = 90 - \alpha = 90 - 36.87 = 53.13$$

$$L_1 = \tau_k = r_1 \operatorname{sen} \beta = \frac{f'_c}{2} \operatorname{sen} (53.13) = 0.4 f'_c$$

$$L_2 = r_1 \cos \beta = \frac{f'_c}{2} \cos (53.13) = 0.3 f'_c$$

$$\sigma_k = C_1 - L_2 = \frac{f'_c}{2} - 0.3 f'_c = 0.2 f'_c$$

$$k_1 = \tau_k - k_2 \sigma_k = 0.4 f'_c - \frac{3}{4} \cdot 0.2 f'_c = \frac{1}{4} f'_c$$

De lo anterior se puede escribir

$$\tau = k_1 f'_c + k_2 \sigma \quad (\text{A.7})$$

donde los valores de los parámetros de cohesión, k_1 , y fricción, k_2 , de acuerdo a lo mostrado, son iguales a $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$, respectivamente.

Apéndice B

Procedimiento para encontrar la relación entre área transformada y área bruta

Para el estudio de la relación entre el área gruesa y el área transformada de una columna rectangular de concreto reforzado, se emplea una sección rectangular con ocho barras equivalentes de refuerzo longitudinal, como muestra la Figura B.1.

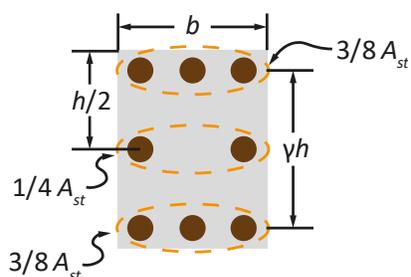


Figura B.1 Sección rectangular con barras equivalentes de acero de refuerzo longitudinal

En una sección transformada con barras equivalentes se tiene,

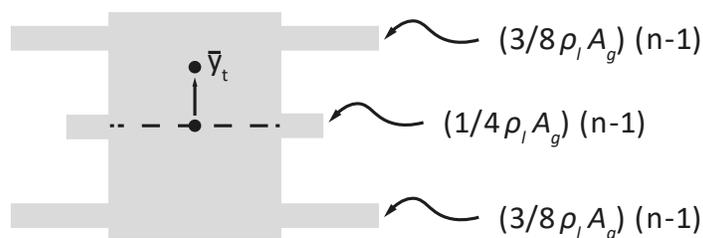


Figura B.2 Sección transversal transformada con ocho barras equivalentes de acero de refuerzo longitudinal

El área transformada de la sección con barras equivalentes es:

$$A_t = A_g + (n-1)\rho_l A_g = A_g (1 + (n-1)\rho_l) \quad (\text{B.1})$$

La inercia de la sección transformada es:

$$I_t = I_g + 2\frac{3}{8}\rho_l A_g (n-1)\left(\frac{\gamma h}{2}\right)^2 \quad (\text{B.2})$$

$$I_t = I_g \left(1 + \frac{9}{4}\rho_l (n-1)\gamma^2\right) \quad (\text{B.3})$$

La distancia del eje centroidal de la sección transformada al centroide del área parcial, \bar{y}_t , Figura B.2, es:

$$\bar{y}_t = \left[\frac{A_g h}{2} \frac{1}{4} + \frac{3}{8}\rho_l A_g (n-1) \frac{\gamma h}{2} \right] / \frac{A_t}{2} \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{y}_t = \frac{A_g h \left[\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\rho_l (n-1)\gamma \right]}{A_g (1 + (n-1)\rho_l)} \quad (\text{B.5})$$

El esfuerzo cortante máximo en la sección transformada es:

$$\tau_t = \frac{V Q_t}{I_t b} \quad (\text{B.6})$$

$$\tau_t = \frac{V \left(\frac{A_t}{2} \right) \bar{y}_t}{I_t b} \quad (\text{B.7})$$

$$\tau_t = \frac{V \frac{1}{2} A_g (1 + (n-1)\rho_l) \frac{A_g h \left(\left(\frac{1}{4} \right) + \left(\frac{3}{8} \right) \rho_l (n-1) \gamma \right)}{A_g (1 + (n-1)\rho_l)}}{I_g \left(1 + \frac{9}{4} \gamma^2 (n-1) \rho_l \right)} \quad (\text{B.8})$$

$$\tau_t = \frac{V \frac{1}{2} A_g h \left(\left(\frac{1}{4} \right) + \left(\frac{3}{8} \right) \rho_l (n-1) \gamma \right)}{I_g \left(1 + \frac{9}{4} \gamma^2 (n-1) \rho_l \right) b} \quad (\text{B.9})$$

El esfuerzo cortante para la sección bruta, sin considerar el refuerzo longitudinal es:

$$\tau_g = \frac{3}{2} \frac{V}{bh} \quad (\text{B.10})$$

Se define κ_t como la relación entre el cortante de la sección transformada y la sección bruta, Ecs. (B.9) y (B.10), respectivamente,

$$\kappa_t = \frac{\tau_t}{\tau_g} = \frac{\frac{V}{2} \frac{A_g h \left(\left(\frac{1}{4} \right) + \left(\frac{3}{8} \right) \rho_l (n-1) \gamma \right)}{b I_g \left(1 + \frac{9}{4} \gamma^2 (n-1) \rho_l \right)}}{\frac{V}{b} \frac{3}{2h}} \quad (\text{B.11})$$

$$\kappa_t = 4 \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} \rho_l (n-1) \gamma \right)}{\left(1 + \frac{9}{4} \gamma^2 (n-1) \rho_l \right)} \quad (\text{B.12})$$

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Apéndice C

Procedimiento de optimización empleando el método *k-fold* para obtener los valores de los parámetros m , b y θ_0 del método propuesto

Para definir los valores de los parámetros m , b y θ_0 del método propuesto para la predicción de resistencia a cortante de columnas rectangulares, se utilizó el método *K-Fold*, para lo cual, la base de datos de 38 columnas se divide en 5 grupos obtenidos de manera aleatoria. La Tabla C.1 muestra en la columna 3 el número de grupo que identifica a las columnas que intervienen en cada uno de los cinco grupos, los primeros tres grupos con 8 columnas y los últimos dos grupos con 7 columnas. Además, las columnas 1 y 2 en esta tabla muestran el número y nombre, respectivamente, de cada una de las columnas con los que se las identifica en la base de datos del Capítulo 3.

Tabla C.1 Grupos de optimización para el método *K-Fold*

No.	Nombre	Grupo
1	2	3
27	B-4	1
8	N-27C	
11	A1	
18	2C13	
6	D13	
20	A-1	
26	B-3	
19	2CUS	
25	B-2	2
21	A-2	

Tabla C.1 Grupos de optimización para el método *K-Fold* (Cont.)

24	B-1	
31	3DL	
32	3DH	
13	C1	
3	D1	
1	CUS	
4	D11	3
7	D16	
9	SC-1.7-0.20	
2	UNIT_1_1	
40	C62	
5	D12	
15	120C-U	
14	S100	
29	4NL	4
33	3NL	
30	4NH	
10	B-1	
22	A-3	
23	A-4	
16	2C	
34	3NH	5
42	C32	
17	3C	
28	4DH	
12	B4	
36	C-S-L	
37	C-FS-L	

Se forman cinco combinaciones de cuatro grupos de columnas, con los que se optimizan los parámetros m , b y θ_0 , para cada valor especificado de q . Las combinaciones que se emplean para la optimización son las siguientes: C1: grupos 1, 2, 3 y 4, C2: grupos 1, 2, 3 y 5, C3: grupos 1, 2, 4 y 5, C4: grupos 1, 3, 4 y 5, y C5: grupos 2, 3, 4 y 5.

La Tabla C.2 muestra las combinaciones C1 a C5, con la cantidad de columnas que contienen cada combinación, sus respectivos valores de los coeficientes m , b y θ_0 obtenidos de las optimizaciones para $q = 1/2$, y la estadística de V_{test}/V_n . Además, se muestra el promedio de todas las combinaciones, que es el mostrado en la Tabla 5.5.

Tabla C.2 Optimización para $q=1/2$

	C1 (1,2,3,4)	C2 (1,2,3,5)	C3 (1,2,4,5)	C4 (1,3,4,5)	C5 (2,3,4,5)	Promedio
1	2	3	4	5	6	7
No. de col. de combinaciones	31	31	30	30	30	
θ	38	45	45	32	38	40
m	1.20	1.36	1.35	1.26	1.27	1.29
b	0.45	0.47	0.46	0.40	0.42	0.44
V_{test}/V_n						
Promedio	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Mediana	0.99	1.01	1.02	1.00	1.00	1.01
Desv Est.	0.10	0.10	0.10	0.10	0.11	0.11
Máximo	1.23	1.27	1.16	1.25	1.30	1.25
Mínimo	0.83	0.78	0.80	0.73	0.76	0.78
Perc 25	0.91	0.91	0.91	0.93	0.92	0.92
Perc 75	1.09	1.09	1.09	1.07	1.05	1.08

En lo que sigue se muestra el procedimiento seguido para un caso específico de optimización de una combinación, este caso es la combinación C1 (1, 2, 3, 4), para $q=1/2$.

La Tabla C.3 y Tabla C.4 muestran resultados de los diversos pasos necesarios para obtener V_n empleando el método propuesto de predicción de resistencia nominal a cortante. La tres primeras filas de la Tabla C.3 muestra los valores de los parámetros m , b y θ_0 que resultan de la optimización de la combinación C1.

Se puede ver que las estadísticas para la relación de resistencias V_{test}/V_n para la combinación C1, mostradas en la columna 2 de la Tabla C.4, son iguales a los valores de la tabla resumen para todas las combinaciones, Tabla C.2, considerando el caso C1 en la columna 2 de esta tabla.

Tabla C.3 Optimización de la combinación 1 de grupos, C1 (1, 2, 3, 4), para $q=1/2$

$\theta = 38$										
$m = 1.20$										
$b = 0.45$										
Nombre	τ^* (SI)	τ_{max} (MPa)	V_c (kN)	$(2 \alpha j d)_{max}$ (mm)	$2 \alpha j d$ (mm)	$\text{atan}(h/2L)$	θ_0 (rad)	θ_0 (grados)	V_s (kN)	V_n (kN)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
B-4	0.62	6.78	1725	347	337	0.32	0.66	38	550	2275
N-27C	0.69	3.53	224	157	157	0.32	0.66	38	43	268
A1	0.58	3.06	437	248	235	0.46	0.66	38	64	501
2C13	0.61	3.05	194	158	158	0.46	0.66	38	45	239
D13	0.65	3.30	210	165	165	0.32	0.66	38	96	306
A-1	0.52	4.99	1269	347	278	0.32	0.66	38	262	1531
B-3	0.62	6.55	1666	347	337	0.32	0.66	38	550	2217
2CUS	0.68	4.44	296	247	247	0.42	0.66	38	84	380
B-2	0.60	6.67	1698	347	325	0.32	0.66	38	307	2005
A-2	0.52	5.18	1319	347	278	0.32	0.66	38	262	1581
B-1	0.57	5.91	1503	347	307	0.32	0.66	38	290	1793
3DL	0.49	2.87	508	297	217	0.32	0.66	38	269	777
3DH	0.64	3.70	653	297	291	0.32	0.66	38	361	1014
C1	0.58	3.06	437	248	235	0.46	0.66	38	254	692
D1	0.63	3.33	212	165	165	0.46	0.66	38	96	308
CUS	0.58	3.44	226	243	214	0.42	0.66	38	146	372
D11	0.63	3.34	212	165	165	0.32	0.66	38	32	244
D16	0.65	3.30	210	165	165	0.46	0.66	38	96	306
SC-1.7-0.20	0.60	3.14	272	201	190	0.28	0.66	38	44	316
UNIT_1_1	0.52	2.86	188	167	142	0.32	0.66	38	40	228
C62	0.58	6.23	396	165	165	0.32	0.66	38	222	618
D12	0.63	3.34	212	165	165	0.32	0.66	38	32	244
120C-U	0.60	3.35	220	167	167	0.32	0.66	38	95	315
S100	0.60	2.98	427	248	244	0.46	0.66	38	132	559
4NL	0.50	2.72	480	297	222	0.24	0.66	38	61	542
3NL	0.49	2.83	500	297	217	0.32	0.66	38	60	560
4NH	0.66	3.64	643	297	297	0.24	0.66	38	82	725
B-1	0.69	2.94	187	165	165	0.32	0.66	38	15	202
A-3	0.52	5.11	1299	347	278	0.32	0.66	38	453	1752
A-4	0.52	5.37	1365	347	278	0.32	0.66	38	453	1819
2C	0.61	3.05	194	158	158	0.46	0.66	38	45	239

Tabla C.4 Optimización de la combinación 1 de grupos, C1 (1, 2, 3, 4), para $q=1/2$ (continuación)

Nombre	V_{test} (kN)	V_{test}/V_n	$V_{test}/(b h \sqrt{f'_c})$	$V_n/(b h \sqrt{f'_c})$	(Error) ²
1	2	3	4	5	6
B-4	2528	1.1	0.64	0.57	0.0043
N-27C	263	1.0	0.57	0.58	0.0001
A1	570	1.1	0.53	0.47	0.0043
2C13	260	1.1	0.58	0.53	0.0023
D13	266	0.9	0.58	0.66	0.0072
A-1	1578	1.0	0.46	0.44	0.0002
B-3	2418	1.1	0.63	0.58	0.0030
2CUS	400	1.1	0.65	0.62	0.0013
B-2	2298	1.1	0.57	0.50	0.0055
A-2	1638	1.0	0.46	0.44	0.0003
B-1	2078	1.2	0.55	0.48	0.0060
3DL	766	1.0	0.52	0.53	0.0000
3DH	845	0.8	0.58	0.69	0.0128
C1	687	1.0	0.64	0.64	0.0000
D1	327	1.1	0.69	0.65	0.0018
CUS	323	0.9	0.59	0.67	0.0074
D11	245	1.0	0.51	0.51	0.0000
D16	340	1.1	0.74	0.66	0.0058
SC-1.7-0.20	294	0.9	0.46	0.49	0.0011
UNIT_1_1	214	0.9	0.42	0.45	0.0007
C62	758	1.2	0.79	0.64	0.0221
D12	251	1.0	0.53	0.51	0.0002
120C-U	280	0.9	0.54	0.61	0.0044
S100	522	0.9	0.52	0.55	0.0012
4NL	467	0.9	0.34	0.40	0.0029
3NL	471	0.8	0.33	0.39	0.0037
4NH	661	0.9	0.48	0.52	0.0020
B-1	175	0.9	0.46	0.52	0.0047
A-3	1772	1.0	0.50	0.49	0.0001
A-4	1781	1.0	0.48	0.49	0.0001
2C	222	0.9	0.49	0.53	0.0013
Promedio		1.00			
Mediana		0.99			
Desv Est.		0.10			
Máximo		1.23			
Mínimo		0.83			
Perc 25		0.91			
Perc 75		1.09			

Para q igual a $2/3$ y 1 se lleva a cabo el mismo procedimiento de optimización, para encontrar los valores correspondientes de los parámetros m , b y θ . Los resultados se muestran en las Tablas C.1 y C.2.

Tabla C.5 Optimización para $q=2/3$

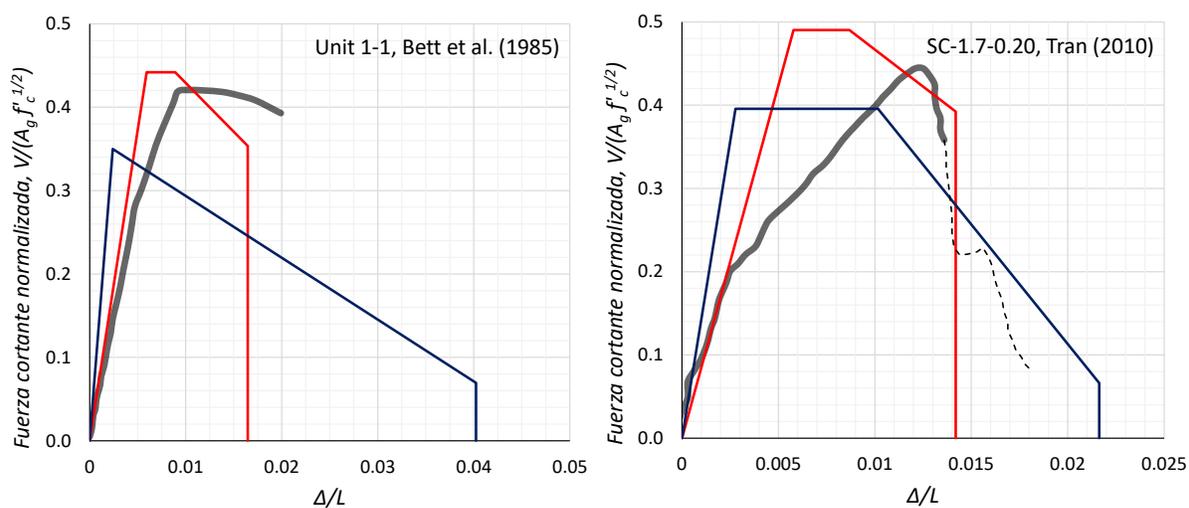
	C1 (1,2,3,4)	C2 (1,2,3,5)	C3 (1,2,4,5)	C4 (1,3,4,5)	C5 (2,3,4,5)	Promedio
θ	39	44	46	42	40	42
m	0.92	0.82	0.88	0.88	0.85	0.87
b	0.20	0.23	0.22	0.21	0.21	0.22
	V_{test}/V_n					
Promedio	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Mediana	0.98	1.00	0.98	0.98	0.99	0.99
Desv Est.	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Máximo	1.22	1.18	1.21	1.21	1.18	1.20
Mínimo	0.84	0.79	0.82	0.79	0.79	0.81
Perc 25	0.94	0.93	0.95	0.95	0.95	0.94
Perc 75	1.05	1.07	1.05	1.04	1.06	1.05

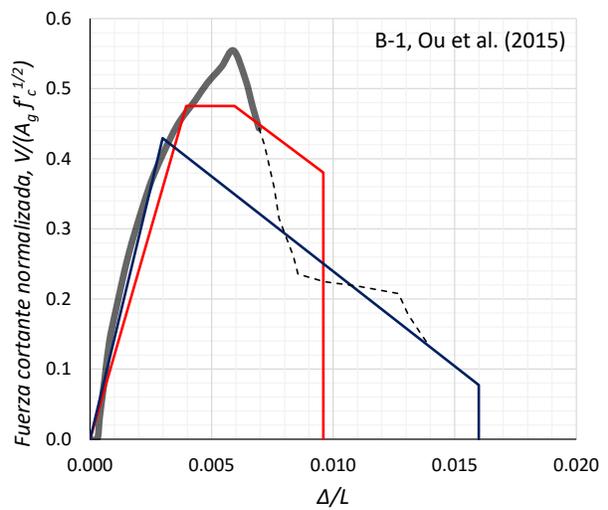
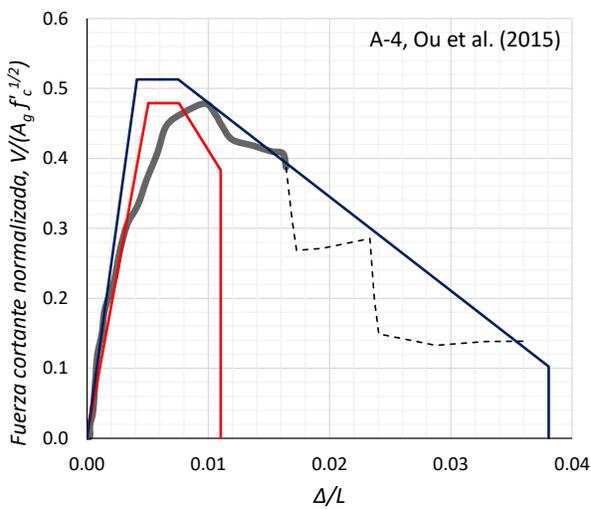
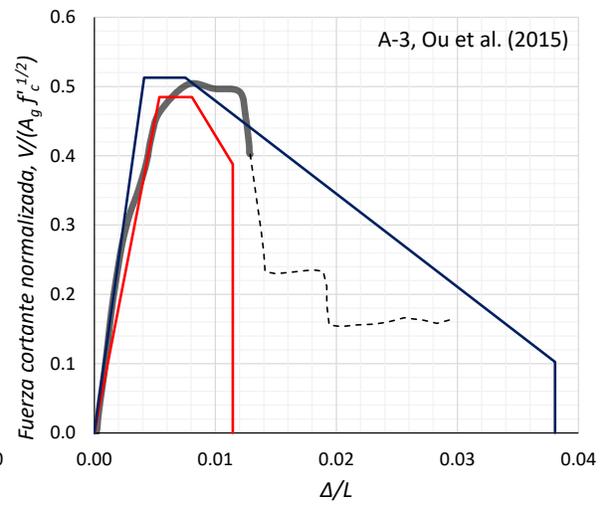
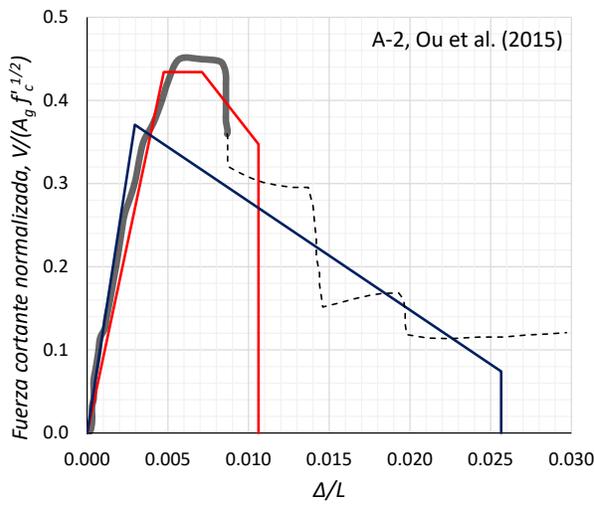
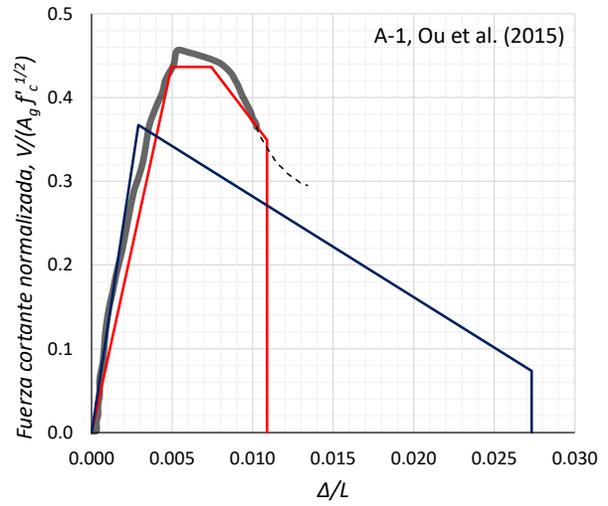
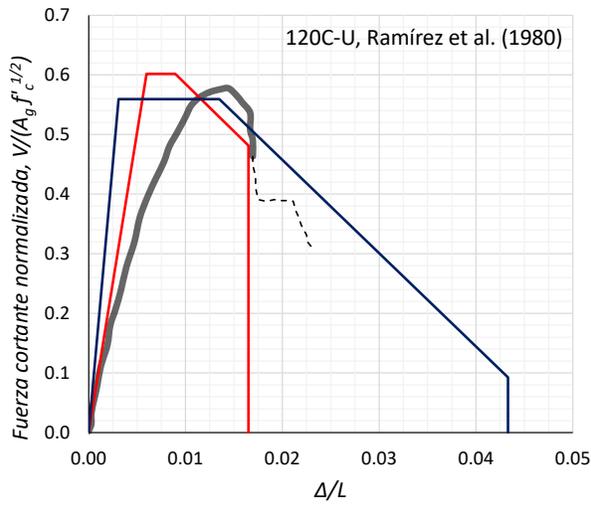
Tabla C.6 Optimización para $q=1$

	C1 (1,2,3,4)	C2 (1,2,3,5)	C3 (1,2,4,5)	C4 (1,3,4,5)	C5 (2,3,4,5)	Promedio
θ	27	28	30	31	30	29
m	0.28	0.15	0.21	0.21	0.20	0.21
b	0.03	0.05	0.04	0.05	0.05	0.04
	V_{test}/V_n					
Promedio	1.08	1.09	1.11	1.11	1.09	1.10
Mediana	1.10	1.14	1.14	1.17	1.17	1.14
Desv Est	0.21	0.21	0.22	0.21	0.19	0.21
Máximo	1.56	1.55	1.60	1.51	1.42	1.53
Mínimo	0.79	0.78	0.82	0.77	0.78	0.79
Perc 25	0.93	0.86	0.89	0.94	0.88	0.90
Perc 75	1.28	1.26	1.28	1.25	1.23	1.26

Apéndice D

El método de predicción de la capacidad carga lateral-distorsión y el método del ASCE 41-17, son comparados con los resultados experimentales de 16 de las 38 columnas de la base de datos. En el Capítulo 7 se muestran como ejemplo 4 de estas 16 columnas, por lo que en este apéndice sólo se muestran las 12 columnas restantes.





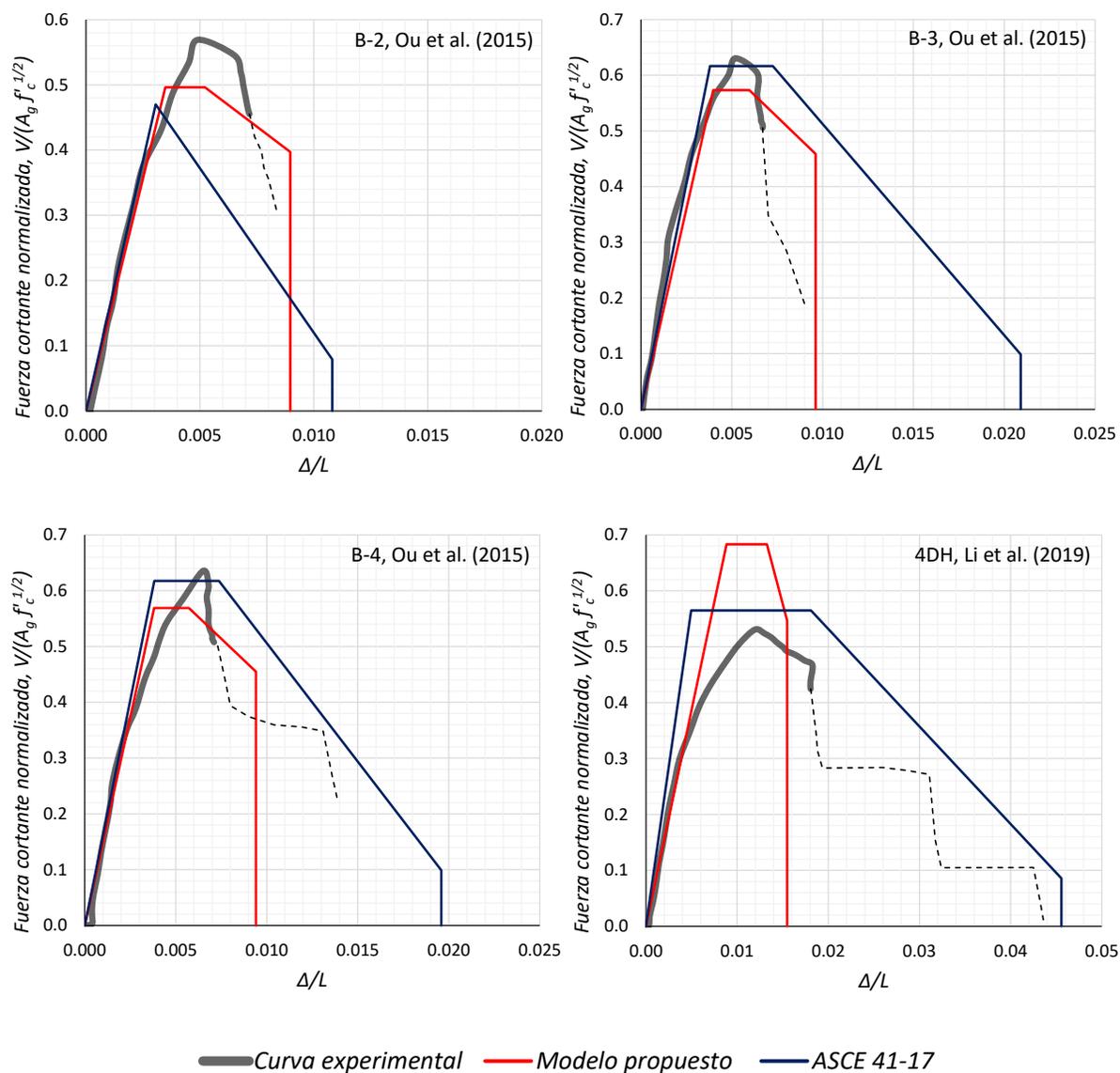


Figura D.1 Comparación de los resultados obtenidos de aplicar los métodos en estudio respecto de resultados de 12 columnas de la base de datos experimental de 38 columnas

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco

Apéndice E

Estudio paramétrico de la resistencia de columnas con modo de falla frágil por cortante, empleando Response 2000

El programa Response 2000 permite el estudio detallado de columnas rectangulares con modo de falla por cortante. Para conocer la influencia de diversos parámetros en la predicción de resistencia a cortante de estas columnas, en esta sección se lleva a cabo un análisis paramétrico donde las variables que se consideran son: $N_u/(A_g f'_c)$, a_v/h , ρ_v y ρ_l . El estudio considera los siguientes intervalos de valores de estos parámetros: $N_u/(A_g f'_c)$ igual a 0, 0.1, 0.2 y 0.4, a_v/h igual a 1.2, 1.6, 2.0 y 2.4, ρ_v de 0.15%, a 1.0% cada 0.05%, y ρ_l igual a 2% y 4%.

En la primera parte de este apéndice se describe el procedimiento para el empleo de este programa, para lo cuál se muestra el caso de una columna específica. Además, se muestra los resultados del estudio paramétrico en una tabla. Se considera sólo los resultados de Response 2000 para los casos de falla frágil por cortante, para lo cual se emplea el programa Excel para la clasificación del tipo de falla. Finalmente, como ejemplo, el apéndice muestra resultados en gráficas de resistencia a cortante de dos familias de columnas, cuyos resultados se obtienen de la Tabla E.2 y E.3.

a) Ejemplo de aplicación del programa Response 2000

Se muestra el procedimiento seguido para el estudio con el programa Response 2000, de la columna con modo de falla frágil por cortante, identificada como 12-10-25-020-015. La notación de esta columna corresponde a a_v/h igual a 1.2, $N_u/(A_g f'_c)$ igual a 0.1, f'_c igual a 25, ρ_l igual a 2% y ρ_v igual a 0.15%.

1. Como se muestra en la Figura E.1, para introducir los datos de la columna, en el menú “*Define*” se selecciona la opción “*Quick define*”.

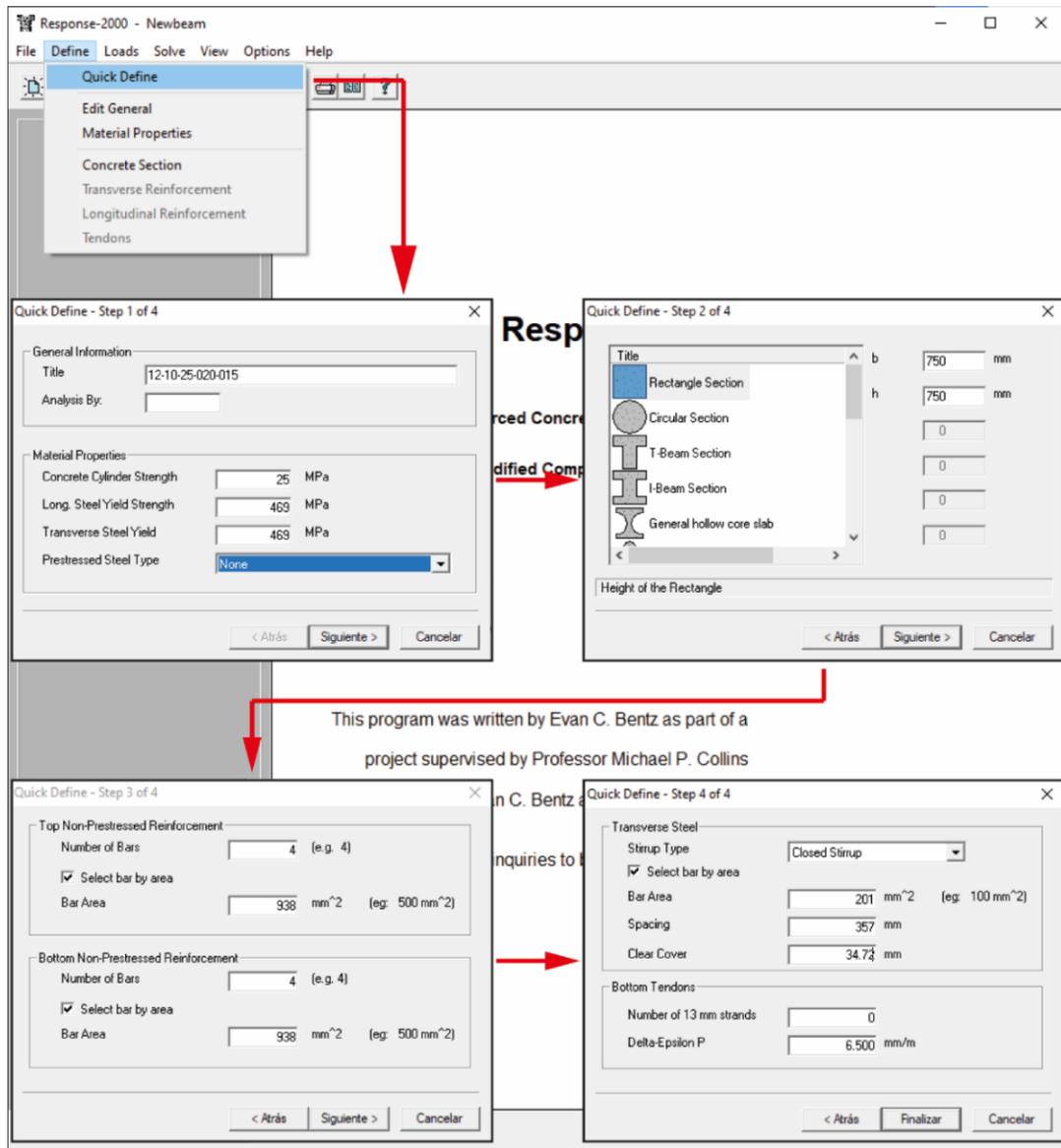


Figura E.1 Ingreso de datos con la herramienta “Quick define”

- 1.1. En el “Step 1” se introducen los datos de los materiales. Para el ejemplo, el tamaño del agregado se considera igual a 19 mm, valor que coincide con el sugerido por el programa.
- 1.2. En el “Step 2” se elige la forma de la sección transversal y se dan sus dimensiones.
- 1.3. En el “Step 3” se define la cantidad de barras que van en la parte superior e inferior de la sección transversal de la columna, y se indica el área de cada una de las barras.
- 1.4. En el “Step 4” se selecciona la configuración del refuerzo transversal, su área, el espaciamiento y la dimensión del recubrimiento del concreto hasta la cara exterior de este refuerzo.

2. En el paso anterior se crea una sección transversal con refuerzo longitudinal en los lechos superior e inferior, como se muestra en la Figura E.2. Es necesario añadir las barras intermedias laterales, el procedimiento es:

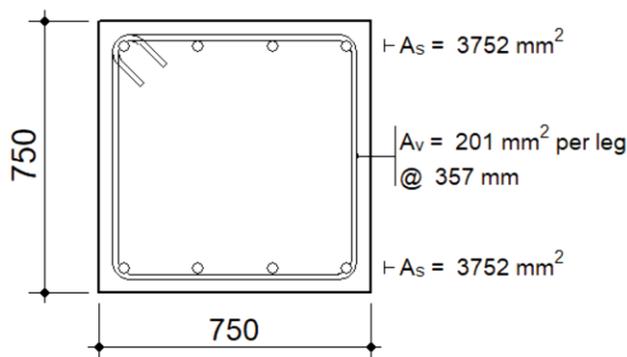


Figura E.2 Sección transversal con refuerzo longitudinal en los lechos superior e inferior

- 2.1. En el menú “Define” seleccionar la opción “Longitudinal Reinforcement”

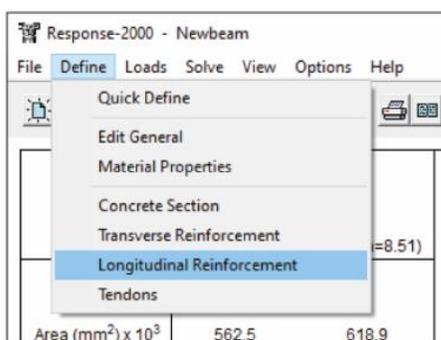


Figura E.3 Herramienta para edición del refuerzo longitudinal

- 2.2. En la ventana que se abre a continuación, Figura E.4, se añaden los dos lechos faltantes con sus respectivas cotas. Las cotas se dan a partir del extremo inferior de la columna.

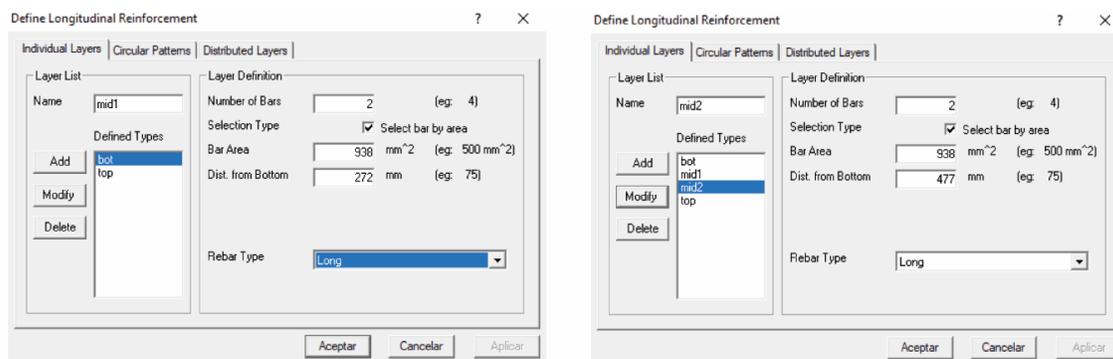


Figura E.4 Creación de los lechos intermedios de refuerzo longitudinal de la sección transversal

La sección transversal final es la mostrada en la Figura E.5.

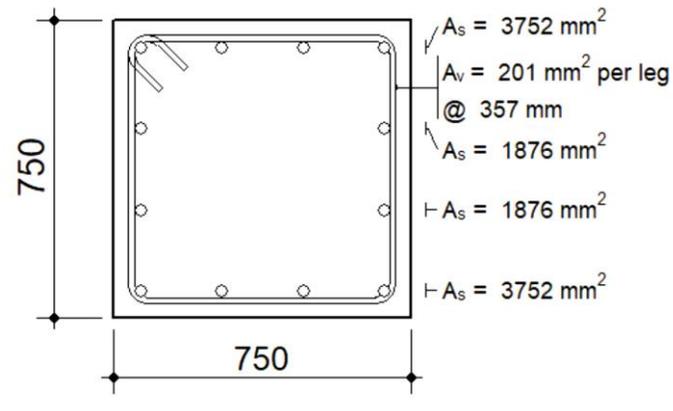
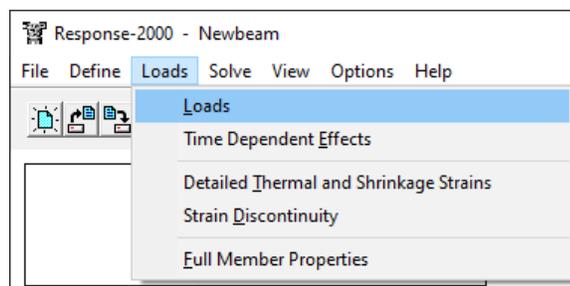
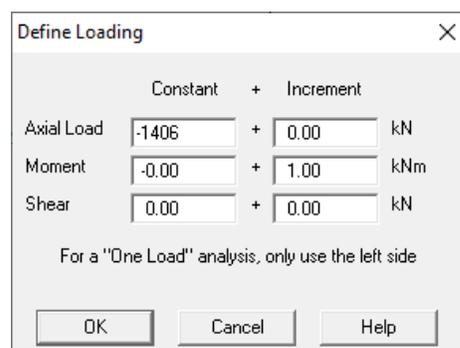


Figura E.5 Sección transversal con todos los lechos de refuerzo longitudinal

- Para definir la carga axial, en el menú “*Loads*” se selecciona “*Loads*”, y se introduce el valor de la carga axial, con signo negativo para la compresión, Figura E.6.



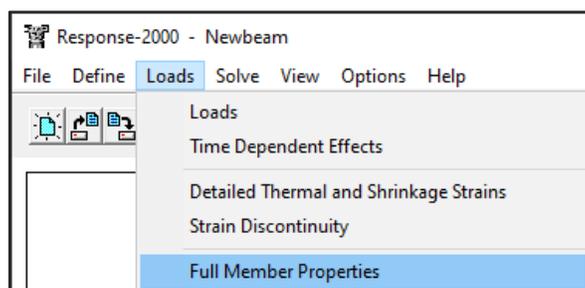
a) Herramienta de definición de cargas



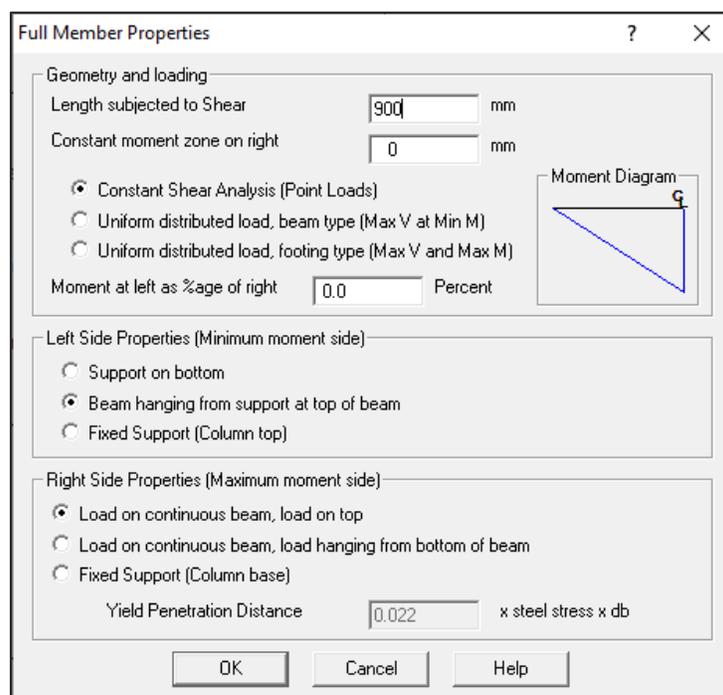
b) Asignación de carga axial

Figura E.6 Definición de la carga axial para la columna en estudio

4. Finalmente, la longitud del elemento se define en el menú “*Loads*” en la opción “*Full Member Properties*”, además se definen las condiciones de apoyo como se muestra en la Figura E.7.



- a) Herramienta de edición de las propiedades del elemento



- b) Definición de la longitud y las condiciones de apoyo de la columna en estudio

Figura E.7 Definición de las propiedades de la columna en estudio

5. Para obtener la resistencia a cortante, V_n , en el menú “Solve” se selecciona la opción “Member Response”, Figura E.8

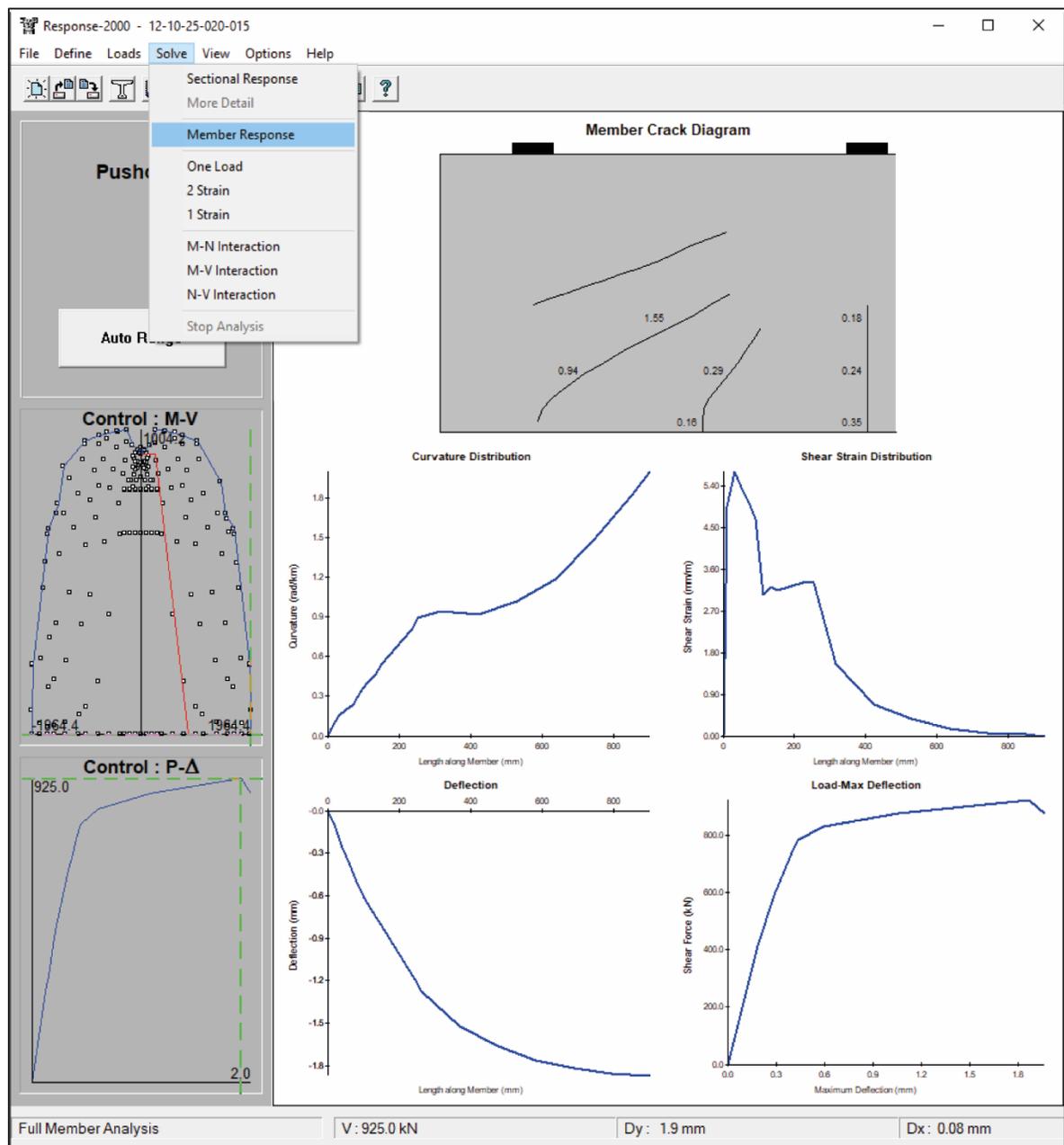


Figura E.8 Resultados obtenidos con la herramienta “Member Response”

5.1. Para obtener el valor de la curvatura en la base de la columna, se hace “*click derecho*” en la gráfica de curvatura y se selecciona “*View Data*”, Figura E.9.

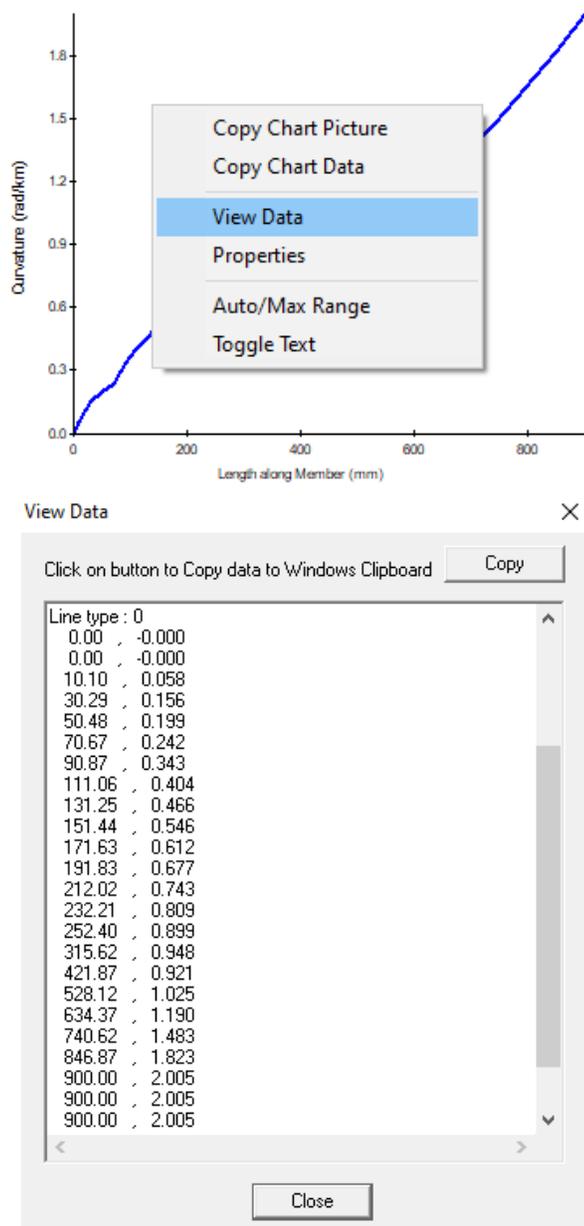


Figura E.9 Visualización de resultados de la curvatura obtenida con la herramienta “*Member Response*”

6. Para obtener el valor de las deformaciones en tracción y compresión, y los valores de las fuerzas internas correspondientes al momento a la resistencia a cortante, en el menú “*Solve*” se selecciona la opción “*Sectional Response*”, y en la gráfica M-Phi se busca el momento anteriormente mencionado. La Figura E.10, muestra con marcas rojas los resultados.

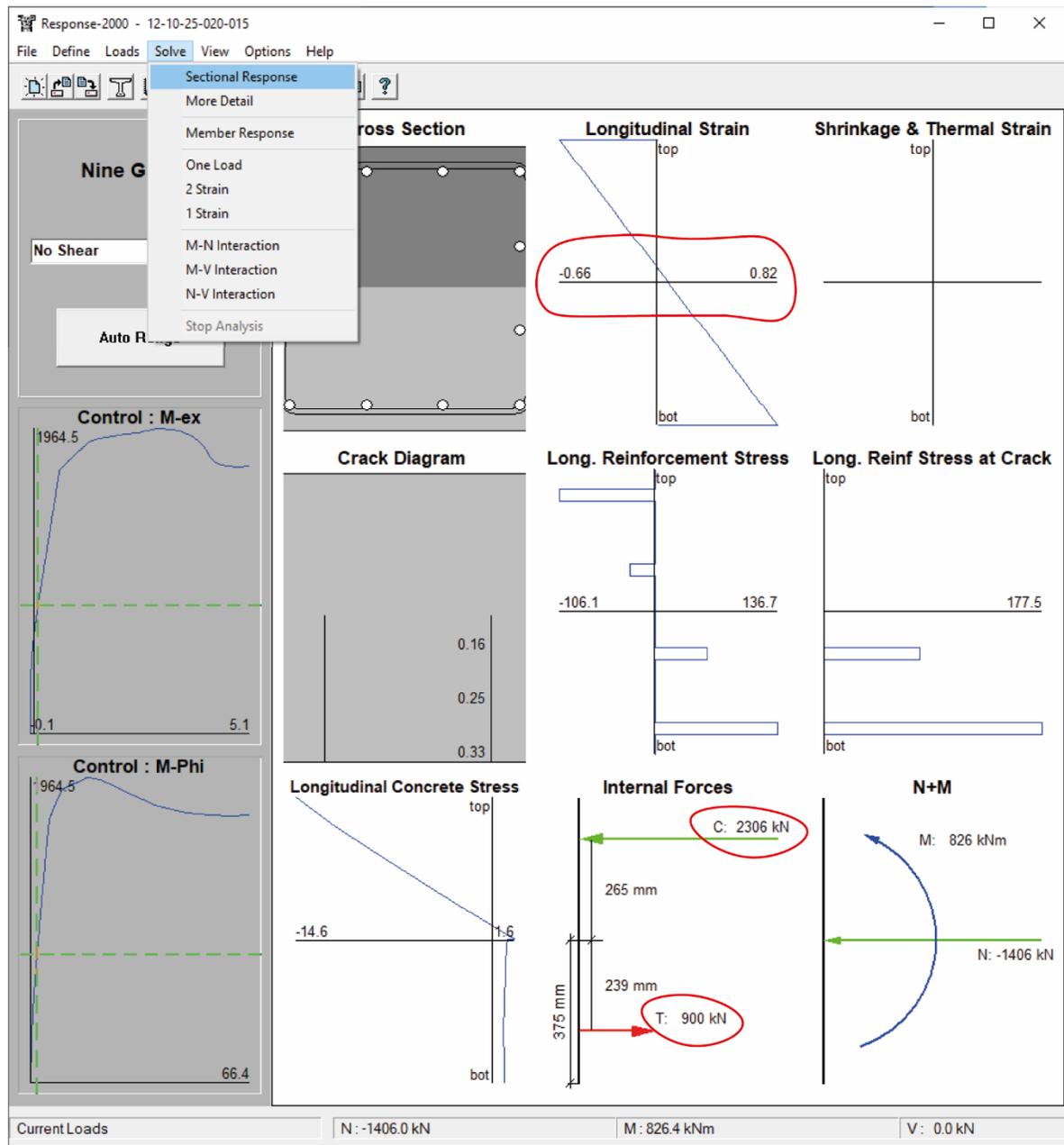


Figura E.10 Resultados obtenidos con la herramienta “*Sectional Response*”

b) Resultados del estudio paramétrico

El estudio paramétrico que aquí se muestra, se refiere a columnas con características comunes que describe la Tabla E.1.

Tabla E.1 Propiedades comunes de las columnas del estudio paramétrico

f_y		b	h	Nbars	Área refuerzo transversal	Recubrimiento a centro de barras
Longitudinal	Transversal					
MPa	MPa	mm	mm		mm ²	mm
469	469	750	750	12	201	68

Siguiendo el procedimiento descrito, se obtienen resultados para dos grupos generales de columnas, el primero con $\rho_l = 2\%$ y el segundo con $\rho_l = 4\%$, que se muestran en la Tabla E.2 y E.3, respectivamente.

La primera columna de las referidas tablas muestra los códigos G1, G2, G3 y G4, que corresponden a grupos de columnas de CR con relación de aspecto igual a 1.2, 1.6, 2.0 y 2.4, respectivamente, grupos que además tienen el mismo valor de f'_c .

La nomenclatura de la identificación, ID, de las columnas de CR está dado por: relación de aspecto-relación de carga axial- f'_c -relación de refuerzo longitudinal-relación de refuerzo transversal. Es decir, una columna con ID 12-10-25-020-015, tiene a_v/h igual a 1.2, $N_u/(A_g f'_c)$ igual a 0.1, f'_c igual a 25, ρ_l igual a 2% y ρ_v igual a 0.15%.

Las columnas 4 a 9 de las tablas, muestran los datos requeridos para el empleo del programa Response 2000.

Las columnas 10 y 11, V_n , y curvatura correspondiente $\phi@V_n$, respectivamente, y se obtienen como resultado de la opción “*Member Response*”. Las columnas 13 a 15 y 19 de las tablas, muestran los resultados obtenidos con “*Section Response*” correspondientes al momento $M@V_n$ mostrado en la columna 12. Las columnas 13 y 14, corresponden a las deformaciones de la sección en sus extremos superior e inferior, ε_{top} y ε_{btm} , respectivamente. Las columnas 15 y 19, corresponden a las fuerzas internas resultantes en compresión y tracción, C y T, respectivamente.

Además, la columna 20, DR, es la distorsión Δ/L obtenida con “*Member Response*”, donde Δ es el desplazamiento lateral de la columna de CR. La columna 21 muestra la profundidad del eje neutro normalizada, c/h . Las columnas 24 y 25, muestran la deformación de la fibra extrema en compresión del concreto, ε_c , y la deformación en tracción del acero de refuerzo longitudinal en el lecho extremo inferior, ε_t . Las columnas 26 y 27 muestran las relaciones de deformación del concreto y el acero, empleadas para definir el tipo de falla mostrado en la columna 28. Estas relaciones están referidas a ε'_c y ε_y , y se emplean para definir el tipo de falla, como muestra el Capítulo 3 de este trabajo.

c) Ejemplo de interpretación de resultados del estudio paramétrico

La Figura E.11 muestra la resistencia a cortante de columnas con modo de falla frágil por cortante, obtenida con Response 2000, normalizada con $0.8h$, b y $\sqrt{f'_c}$, en función de la relación del refuerzo transversal, $\rho_v \left(f_{yt} / \sqrt{f'_c} \right)$. La Figura E.11(a) y E.11(b) muestran para todos los casos de carga axial considerados, los casos de ρ_l igual a 2% y 4%, respectivamente. Además, para todos estos casos a_v/h es igual a 1.6 y f'_c es igual a 40 MPa.

La Figura E.11 muestra que, para el caso de mayor ρ_l hay más casos de columnas que tienen el modo de falla frágil por cortante, esto se debe a que al aumentar la cuantía de refuerzo longitudinal de una columna se incrementa la fuerza cortante en la fluencia, V_y , por lo que se tienen más casos de columnas que cumplen con la condición $V_n/V_y < 1$, condición aproximadamente relacionada a la requerida en la definición de modo de falla frágil por cortante (Capítulo 3). Todos los casos muestran que la resistencia a cortante aumenta con el incremento de relación de carga axial, $P^* = N_u / (A_g f'_c)$. Las Figuras E.11(a), E.11(c) y E.11(d), muestran que aunque el aumento de f'_c incrementa la resistencia a cortante, este incremento en la resistencia no es significativo.

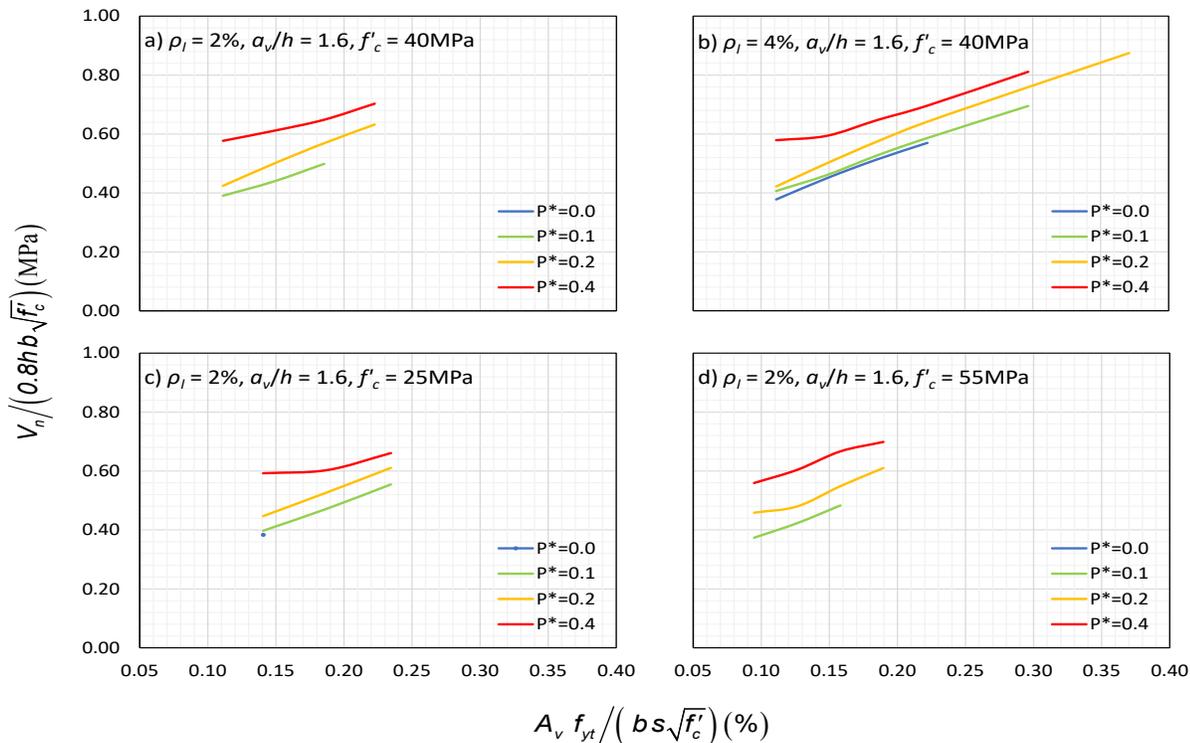


Figura E.11 Resultados del análisis paramétrico

d) Tablas de resultados del estudio paramétrico

La Tabla E.2 y la Tabla E.3, muestran los resultados del estudio paramétrico hecho empleando Response 2000, para ρ_l igual a 2% y ρ_l igual 4 2%, respectivamente.

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 1 (No. 1 - 27)

									Member Response		Section Response			
											en Mmax			
No.		ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C
				MPa	mm2				kN	rad/km	kNm	milistrain	milistrain	kN
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
G1	1	12-00-25-020-015	1.2	25	938	357	0	0.0015	897	2.766	807	-0.64	1.44	1550
	2	12-10-25-020-015	1.2	25	938	357	0.1	0.0015	925	2.005	833	-0.66	0.82	2306
	3	12-20-25-020-015	1.2	25	938	357	0.2	0.0015	1035	1.753	932	-0.77	0.54	3378
	4	12-40-25-020-015	1.2	25	938	357	0.4	0.0015	1362	2.037	1226	-1.12	0.38	5948
G2	5	16-00-25-020-015	1.6	25	938	357	0	0.0015	864	3.882	1037	-0.88	2.03	2016
	6	16-10-25-020-015	1.6	25	938	357	0.1	0.0015	894	3.120	1073	-0.93	1.40	2751
	7	16-20-25-020-015	1.6	25	938	357	0.2	0.0015	1006	2.912	1207	-1.07	1.10	3822
	8	16-40-25-020-015	1.6	25	938	357	0.4	0.0015	1333	3.525	1600	-1.61	1.03	6400
G3	9	20-10-25-020-015	2.0	25	938	357	0.1	0.0015	894	4.311	1341	-1.22	2.04	3251
	10	20-20-25-020-015	2.0	25	938	357	0.2	0.0015	989	4.150	1484	-1.39	1.72	4308
	11	20-40-25-020-015	2.0	25	938	357	0.4	0.0015	1168	4.282	1752	-1.85	1.35	6643
G4	12	24-20-25-020-015	2.4	25	938	357	0.2	0.0015	961	5.375	1730	-1.72	2.32	4771
G1	13	12-00-40-020-015	1.2	40	938	357	0	0.0015	1013	3.115	912	-0.68	1.67	1808
	14	12-10-40-020-015	1.2	40	938	357	0.1	0.0015	1112	2.003	1001	-0.72	0.78	3120
	15	12-20-40-020-015	1.2	40	938	357	0.2	0.0015	1480	2.148	1332	-0.97	0.64	5128
	16	12-40-40-020-015	1.2	40	938	357	0.4	0.0015	1646	1.852	1481	-1.21	0.17	9102
G2	17	16-10-40-020-015	1.6	40	938	357	0.1	0.0015	1112	3.278	1334	-1.00	1.45	3665
G2	18	16-20-40-020-015	1.6	40	938	357	0.2	0.0015	1208	2.546	1450	-1.07	0.84	5293
	19	16-40-40-020-015	1.6	40	938	357	0.4	0.0015	1642	2.923	1970	-1.56	0.61	9466
G3	20	20-10-40-020-015	2.0	40	938	357	0.1	0.0015	1112	4.621	1668	-1.29	2.16	4238
	21	20-20-40-020-015	2.0	40	938	357	0.2	0.0015	1196	3.795	1794	-1.38	1.47	5817
G4	22	24-20-40-020-015	2.4	40	938	357	0.2	0.0015	1178	5.136	2120	-1.70	2.15	6355
G1	23	12-00-55-020-015	1.2	55	938	357	0	0.0015	1140	3.413	1026	-0.71	1.84	2024
	24	12-10-55-020-015	1.2	55	938	357	0.1	0.0015	1247	1.828	1122	-0.73	0.64	3854
	25	12-20-55-020-015	1.2	55	938	357	0.2	0.0015	1871	2.376	1684	-1.11	0.66	6825
	26	12-40-55-020-015	1.2	55	938	357	0.4	0.0015	1868	1.821	1681	-1.32	0.05	12378
G2	27	16-10-55-020-015	1.6	55	938	357	0.1	0.0015	1247	3.131	1496	-1.01	1.32	4425

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 1 (No. 1 - 27) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from		ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ'_c	ϵ_t/ϵ_y	Falla	
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
			kN			plot	strains					
	1	12-00-25-020-015	1550	0.47%	0.31	0.0021	0.0021	-0.0006	0.0012	34%	53%	Shear
G1	2	12-10-25-020-015	900	0.22%	0.45	0.0015	0.0015	-0.0007	0.0007	35%	30%	Shear
	3	12-20-25-020-015	565	0.10%	0.59	0.0013	0.0013	-0.0008	0.0004	41%	18%	Shear
	4	12-40-25-020-015	324	0.08%	0.75	0.0015	0.0015	-0.0011	0.0002	59%	11%	Shear
	5	16-00-25-020-015	2016	0.60%	0.30	0.0029	0.0029	-0.0009	0.0018	46%	75%	Shear
G2	6	16-10-25-020-015	1345	0.32%	0.40	0.0023	0.0023	-0.0009	0.0012	49%	51%	Shear
	7	16-20-25-020-015	1009	0.23%	0.49	0.0022	0.0022	-0.0011	0.0009	56%	39%	Shear
	8	16-40-25-020-015	774	0.15%	0.61	0.0026	0.0026	-0.0016	0.0008	85%	34%	Shear
	9	20-10-25-020-015	1845	0.50%	0.37	0.0032	0.0033	-0.0012	0.0017	64%	74%	Shear
G3	10	20-20-25-020-015	1495	0.38%	0.45	0.0031	0.0031	-0.0014	0.0014	73%	61%	Shear
	11	20-40-25-020-015	1019	0.22%	0.58	0.0032	0.0032	-0.0019	0.0011	97%	45%	Shear
G4	12	24-20-25-020-015	1958	0.53%	0.43	0.0040	0.0040	-0.0017	0.0019	90%	83%	Shear
	13	12-00-40-020-015	1808	0.60%	0.29	0.0023	0.0024	-0.0007	0.0014	32%	62%	Shear
G1	14	12-10-40-020-015	870	0.23%	0.48	0.0015	0.0015	-0.0007	0.0006	34%	28%	Shear
	15	12-20-40-020-015	628	0.08%	0.60	0.0016	0.0016	-0.0010	0.0005	46%	21%	Shear
	16	12-40-40-020-015	104	0.08%	0.88	0.0014	0.0014	-0.0012	0.0000	58%	2%	Shear
G2	17	16-10-40-020-015	1415	0.48%	0.41	0.0025	0.0025	-0.0010	0.0012	48%	53%	Shear
G2	18	16-20-40-020-015	794	0.13%	0.56	0.0019	0.0019	-0.0011	0.0007	51%	28%	Shear
	19	16-40-40-020-015	466	0.13%	0.72	0.0022	0.0022	-0.0016	0.0004	74%	18%	Shear
	20	20-10-40-020-015	1992	0.73%	0.37	0.0035	0.0035	-0.0013	0.0019	61%	79%	Shear
G3	21	20-20-40-020-015	1316	0.32%	0.48	0.0028	0.0029	-0.0014	0.0012	66%	52%	Shear
G4	22	24-20-40-020-015	1855	0.51%	0.44	0.0039	0.0039	-0.0017	0.0018	81%	77%	Shear
	23	12-00-55-020-015	2024	0.78%	0.28	0.0026	0.0026	-0.0007	0.0016	31%	69%	Shear
G1	24	12-10-55-020-015	761	0.13%	0.53	0.0014	0.0014	-0.0007	0.0005	31%	22%	Shear
	25	12-20-55-020-015	636	0.09%	0.63	0.0018	0.0018	-0.0011	0.0005	48%	21%	Shear
	26	12-40-55-020-015	14	0.08%	0.96	0.0014	0.0014	-0.0013	-0.0001	57%	-3%	Shear
G2	27	16-10-55-020-015	1331	0.43%	0.43	0.0023	0.0023	-0.0010	0.0011	44%	48%	Shear

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 2 (No. 28 - 58)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	εtop	ebtm	C	
G2	28	16-20-55-020-015	1.6	55	938	357	0.2	0.0015	1531	2.817	1837	-1.22	0.88	7006
	29	16-40-55-020-015	1.6	55	938	357	0.4	0.0015	1867	2.581	2240	-1.59	0.34	12621
G3	30	20-10-55-020-015	2.0	55	938	357	0.1	0.0015	1247	4.539	1871	-1.31	2.10	5059
	31	20-20-55-020-015	2.0	55	938	357	0.2	0.0015	1366	3.474	2049	-1.38	1.21	7289
	32	20-40-55-020-015	2.0	55	938	357	0.4	0.0015	1866	3.874	2799	-1.99	0.88	13024
G4	33	24-20-55-020-015	2.4	55	938	357	0.2	0.0015	1355	4.852	2439	-1.71	1.92	7864
G1	34	12-00-25-020-020	1.2	25	938	268	0	0.0020	1062	3.364	956	-0.76	1.76	1815
	35	12-10-25-020-020	1.2	25	938	268	0.1	0.0020	1095	2.610	986	-0.81	1.16	2586
	36	12-20-25-020-020	1.2	25	938	268	0.2	0.0020	1210	2.306	1089	-0.92	0.81	3620
	37	12-40-25-020-020	1.2	25	938	268	0.4	0.0020	1384	2.093	1246	-1.15	0.41	5972
G2	38	16-10-25-020-020	1.6	25	938	268	0.1	0.0020	1062	4.014	1274	-1.13	1.86	3112
	39	16-20-25-020-020	1.6	25	938	268	0.2	0.0020	1187	3.878	1424	-1.31	1.57	4197
	40	16-40-25-020-020	1.6	25	938	268	0.4	0.0020	1357	3.655	1628	-1.65	1.09	6442
G3	41	20-20-25-020-020	2.0	25	938	268	0.2	0.0020	1155	5.389	1733	-1.72	2.32	4771
G1	42	12-00-40-020-020	1.2	40	938	268	0	0.0020	1200	3.784	1080	-0.81	2.03	2114
	43	12-10-40-020-020	1.2	40	938	268	0.1	0.0020	1249	2.462	1124	-0.82	1.02	3316
	44	12-20-40-020-020	1.2	40	938	268	0.2	0.0020	1490	2.179	1341	-0.97	0.66	5139
	45	12-40-40-020-020	1.2	40	938	268	0.4	0.0020	1758	2.026	1582	-1.28	0.24	9171
G2	46	16-10-40-020-020	1.6	40	938	268	0.1	0.0020	1249	3.939	1499	-1.15	1.81	3959
	47	16-20-40-020-020	1.6	40	938	268	0.2	0.0020	1421	3.453	1705	-1.30	1.30	5675
	48	16-40-40-020-020	1.6	40	938	268	0.4	0.0020	1738	3.253	2086	-1.67	0.76	9573
G3	49	20-20-40-020-020	2.0	40	938	268	0.2	0.0020	1404	5.076	2106	-1.68	2.11	6323
G1	50	12-00-55-020-020	1.2	55	938	268	0	0.0020	1347	4.134	1212	-0.84	2.25	2367
	51	12-10-55-020-020	1.2	55	938	268	0.1	0.0020	1412	2.325	1271	-0.84	0.89	4074
	52	12-20-55-020-020	1.2	55	938	268	0.2	0.0020	1871	2.376	1684	-1.11	0.66	6825
	53	12-40-55-020-020	1.2	55	938	268	0.4	0.0020	2049	2.012	1844	-1.39	0.11	12428
G2	54	16-10-55-020-020	1.6	55	938	268	0.1	0.0020	1412	3.869	1694	-1.17	1.72	4752
	55	16-20-55-020-020	1.6	55	938	268	0.2	0.0020	1602	3.062	1922	-1.29	1.02	7125
	56	16-40-55-020-020	1.6	55	938	268	0.4	0.0020	2016	2.952	2419	-1.71	0.49	12739
G3	57	20-20-55-020-020	2.0	55	938	268	0.2	0.0020	1602	4.722	2403	-1.68	1.86	7816
	58	20-40-55-020-020	2.0	55	938	268	0.4	0.0020	1992	4.433	2988	-2.17	1.14	13205

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 2 (No. 28 - 58) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from	ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ'_c	ϵ_t/ϵ_y	Falla		
G2	28	16-20-55-020-015	819	0.15%	0.58	0.0021	0.0021	-0.0012	0.0007	53%	30%	Shear
	29	16-40-55-020-015	245	0.13%	0.82	0.0019	0.0019	-0.0016	0.0002	69%	7%	Shear
G3	30	20-10-55-020-015	1965	0.71%	0.38	0.0034	0.0034	-0.0013	0.0018	56%	76%	Shear
	31	20-20-55-020-015	1100	0.19%	0.53	0.0026	0.0026	-0.0014	0.0010	59%	42%	Shear
	32	20-40-55-020-015	648	0.21%	0.69	0.0029	0.0029	-0.0020	0.0006	86%	27%	Shear
G4	33	24-20-55-020-015	1676	0.46%	0.47	0.0036	0.0036	-0.0017	0.0016	74%	68%	Shear
G1	34	12-00-25-020-020	1815	0.50%	0.30	0.0025	0.0025	-0.0008	0.0015	40%	65%	Shear
	35	12-10-25-020-020	1180	0.29%	0.41	0.0020	0.0020	-0.0008	0.0010	43%	42%	Shear
	36	12-20-25-020-020	807	0.20%	0.53	0.0017	0.0017	-0.0009	0.0007	48%	28%	Shear
	37	12-40-25-020-020	348	0.11%	0.74	0.0016	0.0016	-0.0012	0.0003	60%	12%	Shear
G2	38	16-10-25-020-020	1706	0.44%	0.38	0.0030	0.0030	-0.0011	0.0016	59%	68%	Shear
	39	16-20-25-020-020	1384	0.37%	0.45	0.0029	0.0029	-0.0013	0.0013	69%	56%	Shear
	40	16-40-25-020-020	818	0.16%	0.60	0.0027	0.0027	-0.0017	0.0008	87%	36%	Shear
G3	41	20-20-25-020-020	1958	0.53%	0.43	0.0040	0.0040	-0.0017	0.0020	90%	83%	Shear
G1	42	12-00-40-020-020	2115	0.63%	0.29	0.0028	0.0028	-0.0008	0.0018	39%	76%	Shear
	43	12-10-40-020-020	1066	0.28%	0.45	0.0018	0.0018	-0.0008	0.0009	39%	37%	Shear
	44	12-20-40-020-020	639	0.12%	0.60	0.0016	0.0016	-0.0010	0.0005	46%	22%	Shear
	45	12-40-40-020-020	173	0.09%	0.84	0.0015	0.0015	-0.0013	0.0001	61%	4%	Shear
G2	46	16-10-40-020-020	1709	0.47%	0.39	0.0030	0.0030	-0.0012	0.0015	55%	66%	Shear
	47	16-20-40-020-020	1175	0.26%	0.50	0.0026	0.0026	-0.0013	0.0011	62%	45%	Shear
	48	16-40-40-020-020	573	0.20%	0.69	0.0024	0.0024	-0.0017	0.0005	80%	23%	Shear
G3	49	20-20-40-020-020	1829	0.49%	0.44	0.0038	0.0038	-0.0017	0.0018	80%	76%	Shear
G1	50	12-00-55-020-020	2367	0.80%	0.27	0.0031	0.0031	-0.0008	0.0020	36%	84%	Shear
	51	12-10-55-020-020	980	0.27%	0.49	0.0017	0.0017	-0.0008	0.0007	36%	32%	Shear
	52	12-20-55-020-020	636	0.09%	0.63	0.0018	0.0018	-0.0011	0.0005	48%	21%	Shear
	53	12-40-55-020-020	57	0.09%	0.93	0.0015	0.0015	-0.0014	0.0000	60%	-1%	Shear
G2	54	16-10-55-020-020	1658	0.51%	0.40	0.0029	0.0029	-0.0012	0.0015	50%	62%	Shear
	55	16-20-55-020-020	938	0.16%	0.56	0.0023	0.0023	-0.0013	0.0008	56%	34%	Shear
	56	16-40-55-020-020	365	0.15%	0.78	0.0022	0.0022	-0.0017	0.0003	74%	12%	Shear
G3	57	20-20-55-020-020	1628	0.43%	0.47	0.0035	0.0035	-0.0017	0.0015	72%	66%	Shear
	58	20-40-55-020-020	825	0.27%	0.66	0.0033	0.0033	-0.0022	0.0008	94%	36%	Shear

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 3 (No. 59 - 89)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C	
G1	59	12-00-25-020-025	1.2	25	938	214	0	0.0025	1199	3.862	1079	-0.85	1.98	2048
	60	12-10-25-020-025	1.2	25	938	214	0.1	0.0025	1247	3.169	1122	-0.94	1.44	2821
	61	12-20-25-020-025	1.2	25	938	214	0.2	0.0025	1387	2.933	1248	-1.08	1.12	3875
	62	12-40-25-020-025	1.2	25	938	214	0.4	0.0025	1565	2.611	1409	-1.32	0.63	6139
G2	63	16-10-25-020-025	1.6	25	938	214	0.1	0.0025	1247	4.758	1496	-1.32	2.26	3485
	64	16-20-25-020-025	1.6	25	938	214	0.2	0.0025	1374	4.675	1649	-1.54	2.00	4588
	65	16-40-25-020-025	1.6	25	938	214	0.4	0.0025	1486	4.192	1783	-1.81	1.30	6656
G1	66	12-10-40-020-025	1.2	40	938	214	0.1	0.0025	1420	3.059	1278	-0.96	1.35	3584
	67	12-20-40-020-025	1.2	40	938	214	0.2	0.0025	1622	2.583	1460	-1.08	0.85	5306
	68	12-40-40-020-025	1.2	40	938	214	0.4	0.0025	1891	2.274	1702	-1.35	0.34	9254
G2	69	16-10-40-020-025	1.6	40	938	214	0.1	0.0025	1420	4.773	1704	-1.33	2.26	4316
	70	16-20-40-020-025	1.6	40	938	214	0.2	0.0025	1619	4.391	1943	-1.52	1.77	6056
	71	16-40-40-020-025	1.6	40	938	214	0.4	0.0025	1845	3.680	2214	-1.80	0.94	9701
G1	72	12-10-55-020-025	1.2	55	938	214	0.1	0.0025	1612	2.959	1451	-0.98	1.24	4362
	73	12-20-55-020-025	1.2	55	938	214	0.2	0.0025	1900	2.450	1710	-1.12	0.69	6848
	74	12-40-55-020-025	1.2	55	938	214	0.4	0.0025	2225	2.214	2003	-1.46	0.20	12482
G2	75	16-10-55-020-025	1.6	55	938	214	0.1	0.0025	1612	4.787	1934	-1.36	2.22	5158
	76	16-20-55-020-025	1.6	55	938	214	0.2	0.0025	1830	3.974	2196	-1.50	1.46	7493
	77	16-40-55-020-025	1.6	55	938	214	0.4	0.0025	2224	3.486	2669	-1.88	0.73	12917
G1	78	12-10-25-020-030	1.2	25	938	179	0.1	0.0030	1343	3.721	1209	-1.07	1.72	3000
	79	12-20-25-020-030	1.2	25	938	179	0.2	0.0030	1516	3.607	1364	-1.25	1.45	4095
	80	12-40-25-020-030	1.2	25	938	179	0.4	0.0030	1735	3.348	1562	-1.56	0.95	6341
G1	81	12-10-40-020-030	1.2	40	938	179	0.1	0.0030	1577	3.619	1419	-1.08	1.64	3823
	82	12-20-40-020-030	1.2	40	938	179	0.2	0.0030	1799	3.126	1619	-1.21	1.12	5530
	83	12-40-40-020-030	1.2	40	938	179	0.4	0.0030	2068	2.606	1861	-1.47	0.49	9378
G2	84	16-20-40-020-030	1.6	40	938	179	0.2	0.0030	1799	5.313	2159	-1.75	2.24	6431
	85	16-40-40-020-030	1.6	40	938	179	0.4	0.0030	2000	4.404	2400	-2.03	1.26	9923
G1	86	12-10-55-020-030	1.2	55	938	179	0.1	0.0030	1787	3.546	1608	-1.11	1.55	4617
	87	12-20-55-020-030	1.2	55	938	179	0.2	0.0030	2052	2.843	1847	-1.23	0.89	7020
	88	12-40-55-020-030	1.2	55	938	179	0.4	0.0030	2414	2.477	2173	-1.55	0.30	12574
G2	89	16-20-55-020-030	1.6	55	938	179	0.2	0.0030	2035	4.864	2442	-1.72	1.95	7888

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 3 (No. 59 - 89) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from	ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ'_c	ϵ_t/ϵ_y	Falla		
G1	59	12-00-25-020-025	2048	0.49%	0.30	0.0029	0.0028	-0.0009	0.0018	45%	75%	Shear
	60	12-10-25-020-025	1415	0.32%	0.39	0.0024	0.0024	-0.0009	0.0012	49%	52%	Shear
	61	12-20-25-020-025	1062	0.27%	0.49	0.0022	0.0022	-0.0011	0.0009	57%	39%	Shear
	62	12-40-25-020-025	513	0.16%	0.68	0.0020	0.0020	-0.0013	0.0005	69%	19%	Shear
G2	63	16-10-25-020-025	2079	0.51%	0.37	0.0036	0.0036	-0.0013	0.0019	69%	82%	Shear
	64	16-20-25-020-025	1775	0.47%	0.44	0.0035	0.0035	-0.0015	0.0017	81%	71%	Shear
	65	16-40-25-020-025	1033	0.25%	0.58	0.0031	0.0031	-0.0018	0.0010	95%	44%	Shear
G1	66	12-10-40-020-025	1334	0.33%	0.42	0.0023	0.0023	-0.0010	0.0011	46%	48%	Shear
	67	12-20-40-020-025	806	0.18%	0.56	0.0019	0.0019	-0.0011	0.0007	51%	29%	Shear
	68	12-40-40-020-025	256	0.13%	0.80	0.0017	0.0017	-0.0014	0.0002	64%	8%	Shear
G2	69	16-10-40-020-025	2066	0.54%	0.37	0.0036	0.0036	-0.0013	0.0019	63%	82%	Shear
	70	16-20-40-020-025	1556	0.45%	0.46	0.0033	0.0033	-0.0015	0.0015	72%	63%	Shear
	71	16-40-40-020-025	695	0.20%	0.66	0.0028	0.0027	-0.0018	0.0007	86%	30%	Shear
G1	72	12-10-55-020-025	1268	0.38%	0.44	0.0022	0.0022	-0.0010	0.0010	42%	44%	Shear
	73	12-20-55-020-025	661	0.22%	0.62	0.0018	0.0018	-0.0011	0.0005	48%	23%	Shear
	74	12-40-55-020-025	110	0.13%	0.88	0.0017	0.0017	-0.0015	0.0000	63%	2%	Shear
G2	75	16-10-55-020-025	2064	0.63%	0.38	0.0036	0.0036	-0.0014	0.0019	59%	81%	Shear
	76	16-20-55-020-025	1306	0.30%	0.51	0.0030	0.0030	-0.0015	0.0012	65%	51%	Shear
	77	16-40-55-020-025	541	0.25%	0.72	0.0026	0.0026	-0.0019	0.0005	81%	21%	Shear
G1	78	12-10-25-020-030	1594	0.34%	0.38	0.0028	0.0028	-0.0011	0.0015	56%	63%	Shear
	79	12-20-25-020-030	1282	0.30%	0.46	0.0027	0.0027	-0.0013	0.0012	66%	51%	Shear
	80	12-40-25-020-030	713	0.19%	0.62	0.0025	0.0025	-0.0016	0.0007	82%	31%	Shear
G1	81	12-10-40-020-030	1573	0.38%	0.40	0.0027	0.0027	-0.0011	0.0014	51%	59%	Shear
	82	12-20-40-020-030	1030	0.26%	0.52	0.0023	0.0023	-0.0012	0.0009	58%	39%	Shear
	83	12-40-40-020-030	377	0.17%	0.75	0.0020	0.0020	-0.0015	0.0003	70%	13%	Shear
G2	84	16-20-40-020-030	1931	0.53%	0.44	0.0040	0.0040	-0.0018	0.0019	83%	80%	Shear
	85	16-40-40-020-030	924	0.24%	0.62	0.0033	0.0033	-0.0020	0.0010	97%	41%	Shear
G1	86	12-10-55-020-030	1523	0.41%	0.42	0.0027	0.0027	-0.0011	0.0013	48%	56%	Shear
	87	12-20-55-020-030	833	0.23%	0.58	0.0021	0.0021	-0.0012	0.0007	53%	30%	Shear
	88	12-40-55-020-030	203	0.19%	0.84	0.0019	0.0019	-0.0016	0.0001	67%	6%	Shear
G2	89	16-20-55-020-030	1700	0.50%	0.47	0.0036	0.0037	-0.0017	0.0016	74%	69%	Shear

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 4 (No. 90 - 103)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C	
G2	90	16-40-55-020-030	1.6	55	938	179	0.4	0.0030	2331	3.866	2797	-1.99	0.88	13024
	91	12-10-25-020-040	1.2	25	938	134	0.1	0.0040	1575	4.665	1418	-1.29	2.20	3379
G1	92	12-20-25-020-040	1.2	25	938	134	0.2	0.0040	1670	4.245	1503	-1.42	1.77	4346
	93	12-40-25-020-040	1.2	25	938	134	0.4	0.0040	1977	4.423	1779	-1.90	1.42	6693
	94	12-10-40-020-040	1.2	40	938	134	0.1	0.0040	1859	4.646	1673	-1.30	2.20	4267
G1	95	12-20-40-020-040	1.2	40	938	134	0.2	0.0040	2147	4.346	1932	-1.51	1.74	6034
	96	12-40-40-020-040	1.2	40	938	134	0.4	0.0040	2442	3.620	2198	-1.79	0.92	9687
	97	12-10-55-020-040	1.2	55	938	134	0.1	0.0040	2107	4.640	1896	-1.34	2.16	5107
G1	98	12-20-55-020-040	1.2	55	938	134	0.2	0.0040	2418	3.908	2176	-1.49	1.44	7473
	99	12-40-55-020-040	1.2	55	938	134	0.4	0.0040	2752	3.073	2477	-1.74	0.54	12773
	100	12-20-25-020-050	1.2	25	938	107	0.2	0.0050	1874	5.144	1687	-1.65	2.20	4679
G1	101	12-20-40-020-050	1.2	40	938	107	0.2	0.0050	2412	5.365	2171	-1.76	2.27	6456
	102	12-20-55-020-050	1.2	55	938	107	0.2	0.0050	2756	5.008	2480	-1.75	2.01	7935
	103	12-40-55-020-050	1.2	55	938	107	0.4	0.0050	3164	4.017	2848	-2.04	0.94	13066

Tabla E.2 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 2\%$. Parte 4 (No. 90 - 103) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from		ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ'_c	ϵ_t/ϵ_y	Falla	
G2	90	16-40-55-020-030	648	0.22%	0.69	0.0029	0.0029	-0.0020	0.0006	86%	27%	Shear
	91	12-10-25-020-040	1973	0.40%	0.37	0.0035	0.0035	-0.0013	0.0019	68%	81%	Shear
G1	92	12-20-25-020-040	1533	0.29%	0.45	0.0032	0.0032	-0.0014	0.0015	75%	63%	Shear
	93	12-40-25-020-040	1070	0.23%	0.57	0.0033	0.0033	-0.0019	0.0011	100%	48%	Shear
	94	12-10-40-020-040	2017	0.43%	0.37	0.0035	0.0035	-0.0013	0.0019	62%	80%	Shear
G1	95	12-20-40-020-040	1534	0.38%	0.46	0.0033	0.0033	-0.0015	0.0014	72%	62%	Shear
	96	12-40-40-020-040	682	0.23%	0.66	0.0027	0.0027	-0.0018	0.0007	85%	29%	Shear
	97	12-10-55-020-040	2013	0.48%	0.38	0.0035	0.0035	-0.0013	0.0018	58%	78%	Shear
G1	98	12-20-55-020-040	1286	0.33%	0.51	0.0029	0.0029	-0.0015	0.0012	64%	50%	Shear
	99	12-40-55-020-040	400	0.21%	0.76	0.0023	0.0023	-0.0017	0.0003	75%	14%	Shear
	100	12-20-25-020-050	1866	0.34%	0.43	0.0039	0.0039	-0.0017	0.0019	87%	79%	Shear
	101	12-20-40-020-050	1956	0.42%	0.44	0.0040	0.0040	-0.0018	0.0019	84%	81%	Shear
G1	102	12-20-55-020-050	1747	0.41%	0.47	0.0038	0.0038	-0.0018	0.0017	75%	71%	Shear
	103	12-40-55-020-050	692	0.26%	0.68	0.0030	0.0030	-0.0020	0.0007	88%	29%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 1 (No. 1 - 27)

										Section Response				
										Member Response		de Vn		
No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	εtop	εbtm	C	
			MPa	mm2				kN	rad/km	kNm	milistrain	milistrain	kN	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
G1	1	12-00-25-040-015	1.2	25	1875	357	0	0.0015	922	1.745	830	-0.48	0.83	1605
	2	12-10-25-040-015	1.2	25	1875	357	0.1	0.0015	958	1.450	862	-0.54	0.54	2422
	3	12-20-25-040-015	1.2	25	1875	357	0.2	0.0015	1050	1.367	945	-0.63	0.37	3418
	4	12-40-25-040-015	1.2	25	1875	357	0.4	0.0015	1370	1.642	1233	-0.94	0.28	5985
G2	5	16-00-25-040-015	1.6	25	1875	357	0	0.0015	922	2.413	1106	-0.65	1.15	2120
	6	16-10-25-040-015	1.6	25	1875	357	0.1	0.0015	958	2.139	1150	-0.73	0.87	2932
	7	16-20-25-040-015	1.6	25	1875	357	0.2	0.0015	1022	2.003	1226	-0.83	0.68	3912
	8	16-40-25-040-015	1.6	25	1875	357	0.4	0.0015	1327	2.409	1592	-1.19	0.60	6420
G3	9	20-00-25-040-015	2.0	25	1875	357	0	0.0015	922	3.089	1383	-0.83	1.49	2640
	10	20-10-25-040-015	2.0	25	1875	357	0.1	0.0015	958	2.847	1437	-0.92	1.22	3478
	11	20-20-25-040-015	2.0	25	1875	357	0.2	0.0015	1011	2.713	1517	-1.03	1.01	4440
	12	20-40-25-040-015	2.0	25	1875	357	0.4	0.0015	1167	2.788	1751	-1.32	0.77	6644
G4	13	24-00-25-040-015	2.4	25	1875	357	0	0.0015	922	3.776	1660	-1.01	1.82	3159
	14	24-10-25-040-015	2.4	25	1875	357	0.1	0.0015	958	3.580	1724	-1.12	1.57	4014
	15	24-20-25-040-015	2.4	25	1875	357	0.2	0.0015	992	3.396	1786	-1.22	1.32	4906
	16	24-40-25-040-015	2.4	25	1875	357	0.4	0.0015	1099	3.384	1978	-1.51	1.02	7019
G1	17	12-00-40-040-015	1.2	40	1875	357	0	0.0015	1075	1.945	968	-0.52	0.94	1886
	18	12-10-40-040-015	1.2	40	1875	357	0.1	0.0015	1157	1.497	1041	-0.60	0.52	3230
	19	12-20-40-040-015	1.2	40	1875	357	0.2	0.0015	1466	1.631	1319	-0.80	0.42	5176
	20	12-40-40-040-015	1.2	40	1875	357	0.4	0.0015	1649	1.607	1484	-1.06	0.13	9069
G2	21	16-00-40-040-015	1.6	40	1875	357	0	0.0015	1075	2.686	1290	-0.69	1.32	2481
	22	16-10-40-040-015	1.6	40	1875	357	0.1	0.0015	1157	2.263	1388	-0.80	0.89	3839
	23	16-20-40-040-015	1.6	40	1875	357	0.2	0.0015	1200	1.881	1440	-0.87	0.53	5331
	24	16-40-40-040-015	1.6	40	1875	357	0.4	0.0015	1647	2.331	1976	-1.31	0.42	9517
G3	25	20-00-40-040-015	2.0	40	1875	357		0.0015	1075	3.426	1613	-0.88	1.70	3101
	26	20-10-40-040-015	2.0	40	1875	357	0.1	0.0015	1157	3.055	1736	-1.00	1.28	4451
	27	20-20-40-040-015	2.0	40	1875	357	0.2	0.0015	1200	2.632	1800	-1.08	0.89	5916

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 1 (No. 1 - 27) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from		ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ_c'	ϵ_t/ϵ_y	Falla	
					kN	plot						strains
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
G1	1	12-00-25-040-015	1605	0.31%	0.37	0.0013	0.0013	-0.0005	0.0007	25%	30%	Shear
	2	12-10-25-040-015	1016	0.18%	0.50	0.0011	0.0011	-0.0005	0.0004	28%	19%	Shear
	3	12-20-25-040-015	605	0.12%	0.63	0.0010	0.0010	-0.0006	0.0003	32%	12%	Shear
	4	12-40-25-040-015	360	0.07%	0.77	0.0012	0.0012	-0.0009	0.0002	47%	7%	Shear
G2	5	16-00-25-040-015	2120	0.44%	0.36	0.0018	0.0018	-0.0007	0.0010	33%	42%	Shear
	6	16-10-25-040-015	1526	0.29%	0.46	0.0016	0.0016	-0.0007	0.0007	37%	31%	Shear
	7	16-20-25-040-015	1099	0.20%	0.55	0.0015	0.0015	-0.0008	0.0005	42%	23%	Shear
	8	16-40-25-040-015	759	0.12%	0.66	0.0018	0.0018	-0.0012	0.0004	60%	19%	Shear
G3	9	20-00-25-040-015	2640	0.55%	0.36	0.0023	0.0023	-0.0008	0.0013	42%	54%	Shear
	10	20-10-25-040-015	2074	0.40%	0.43	0.0021	0.0021	-0.0009	0.0010	46%	44%	Shear
	11	20-20-25-040-015	1627	0.30%	0.50	0.0020	0.0020	-0.0010	0.0008	52%	35%	Shear
	12	20-40-25-040-015	1016	0.18%	0.63	0.0021	0.0021	-0.0013	0.0006	66%	25%	Shear
G4	13	24-00-25-040-015	3159	0.67%	0.36	0.0028	0.0028	-0.0010	0.0016	51%	67%	Shear
	14	24-10-25-040-015	2608	0.53%	0.42	0.0027	0.0027	-0.0011	0.0013	56%	56%	Shear
	15	24-20-25-040-015	2093	0.38%	0.48	0.0025	0.0025	-0.0012	0.0011	61%	47%	Shear
	16	24-40-25-040-015	1393	0.25%	0.60	0.0025	0.0025	-0.0015	0.0008	76%	34%	Shear
G1	17	12-00-40-040-015	1886	0.44%	0.36	0.0015	0.0015	-0.0005	0.0008	26%	34%	Shear
	18	12-10-40-040-015	980	0.26%	0.54	0.0011	0.0011	-0.0006	0.0004	30%	18%	Shear
	19	12-20-40-040-015	676	0.07%	0.66	0.0012	0.0012	-0.0008	0.0003	40%	13%	Shear
	20	12-40-40-040-015	73	0.07%	0.89	0.0012	0.0012	-0.0011	0.0000	53%	1%	Shear
G2	21	16-00-40-040-015	2481	0.63%	0.34	0.0020	0.0020	-0.0007	0.0011	35%	49%	Shear
	22	16-10-40-040-015	1589	0.43%	0.47	0.0017	0.0017	-0.0008	0.0007	40%	32%	Shear
	23	16-20-40-040-015	833	0.13%	0.62	0.0014	0.0014	-0.0009	0.0004	44%	17%	Shear
	24	16-40-40-040-015	518	0.12%	0.76	0.0017	0.0017	-0.0013	0.0003	66%	11%	Shear
G3	25	20-00-40-040-015	3101	0.77%	0.34	0.0026	0.0026	-0.0009	0.0015	44%	62%	Shear
	26	20-10-40-040-015	2201	0.59%	0.44	0.0023	0.0023	-0.0010	0.0011	50%	46%	Shear
	27	20-20-40-040-015	1414	0.26%	0.55	0.0020	0.0020	-0.0011	0.0007	54%	30%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 2 (No. 28 - 58)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C	
G3	28	20-40-40-040-015	2.0	40	1875	357	0.4	0.0015	1604	3.185	2406	-1.58	0.78	10001
	29	24-00-40-040-015	2.4	40	1875	357	0	0.0015	1075	4.171	1935	-1.06	2.07	3686
G4	30	24-10-40-040-015	2.4	40	1875	357	0.1	0.0015	1157	3.863	2083	-1.21	1.68	5084
	31	24-20-40-040-015	2.4	40	1875	357	0.2	0.0015	1188	3.404	2138	-1.30	1.27	6511
	32	24-40-40-040-015	2.4	40	1875	357	0.4	0.0015	1466	3.704	2639	-1.75	1.01	10302
	33	12-00-55-040-015	1.2	55	1875	357	0	0.0015	1209	2.124	1088	-0.54	1.04	2116
G1	34	12-10-55-040-015	1.2	55	1875	357	0.1	0.0015	1289	1.441	1160	-0.62	0.45	3961
	35	12-20-55-040-015	1.2	55	1875	357	0.2	0.0015	1804	1.781	1624	-0.91	0.42	6842
	36	12-40-55-040-015	1.2	55	1875	357	0.4	0.0015	1870	1.611	1683	-1.18	0.02	12379
	37	16-00-55-040-015	1.6	55	1875	357	0	0.0015	1208	2.933	1450	-0.74	1.48	2818
G2	38	16-10-55-040-015	1.6	55	1875	357	0.1	0.0015	1289	2.242	1547	-0.83	0.84	4604
	39	16-20-55-040-015	1.6	55	1875	357	0.2	0.0015	1545	2.210	1854	-1.04	0.61	7119
	40	16-40-55-040-015	1.6	55	1875	357	0.4	0.0015	1869	2.229	2243	-1.41	0.26	12620
	41	20-00-55-040-015	2.0	55	1875	357	0	0.0015	1208	3.738	1812	-0.93	1.88	3483
G3	42	20-10-55-040-015	2.0	55	1875	357	0.1	0.0015	1289	3.082	1934	-1.04	1.26	5281
	43	20-20-55-040-015	2.0	55	1875	357	0.2	0.0015	1369	2.583	2054	-1.14	0.79	7400
	44	20-40-55-040-015	2.0	55	1875	357	0.4	0.0015	1868	3.075	2802	-1.69	0.62	13131
	45	24-00-55-040-015	2.4	55	1875	357	0	0.0015	1208	4.543	2174	-1.11	2.29	4143
G4	46	24-10-55-040-015	2.4	55	1875	357	0.1	0.0015	1289	3.936	2320	-1.26	1.70	5979
	47	24-20-55-040-015	2.4	55	1875	357	0.2	0.0015	1353	3.383	2435	-1.36	1.18	8027
	48	24-40-55-040-015	2.4	55	1875	357	0.4	0.0015	1741	3.711	3134	-1.88	0.88	13479
	49	12-00-25-040-020	1.2	25	1875	268	0	0.0020	1096	2.124	986	-0.58	1.01	1889
G1	50	12-10-25-040-020	1.2	25	1875	268	0.1	0.0020	1119	1.793	1007	-0.63	0.70	2669
	51	12-20-25-040-020	1.2	25	1875	268	0.2	0.0020	1207	1.673	1086	-0.72	0.52	3655
	52	12-40-25-040-020	1.2	25	1875	268	0.4	0.0020	1370	1.642	1233	-0.93	0.28	5973
	53	16-00-25-040-020	1.6	25	1875	268	0	0.0020	1096	2.924	1315	-0.78	1.40	2505
G2	54	16-10-25-040-020	1.6	25	1875	268	0.1	0.0020	1119	2.614	1343	-0.85	1.09	3287
	55	16-20-25-040-020	1.6	25	1875	268	0.2	0.0020	1207	2.538	1448	-0.98	0.93	4305
	56	16-40-25-040-020	1.6	25	1875	268	0.4	0.0020	1336	2.433	1603	-1.20	0.61	6436
	57	20-00-25-040-020	2.0	25	1875	268	0	0.0020	1096	3.738	1644	-1.00	1.80	3127
G3	58	20-10-25-040-020	2.0	25	1875	268	0.1	0.0020	1119	3.461	1679	-1.09	1.51	3920

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 2 (No. 28 - 58) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from		ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ_c'	ϵ_t/ϵ_y	Falla	
G3	28	20-40-40-040-015	1001	0.18%	0.67	0.0024	0.0024	-0.0016	0.0006	79%	24%	Shear
	29	24-00-40-040-015	3686	0.91%	0.34	0.0031	0.0031	-0.0011	0.0018	53%	76%	Shear
G4	30	24-10-40-040-015	2834	0.76%	0.42	0.0029	0.0029	-0.0012	0.0014	61%	61%	Shear
	31	24-20-40-040-015	2010	0.38%	0.51	0.0026	0.0026	-0.0013	0.0010	65%	44%	Shear
	32	24-40-40-040-015	1297	0.24%	0.63	0.0028	0.0028	-0.0018	0.0008	88%	33%	Shear
	33	12-00-55-040-015	2116	0.58%	0.34	0.0016	0.0016	-0.0005	0.0009	27%	39%	Shear
G1	34	12-10-55-040-015	867	0.23%	0.58	0.0011	0.0011	-0.0006	0.0004	31%	15%	Shear
	35	12-20-55-040-015	653	0.07%	0.68	0.0013	0.0013	-0.0009	0.0003	46%	13%	Shear
	36	12-40-55-040-015	3	0.07%	0.98	0.0012	0.0012	-0.0012	-0.0001	59%	-4%	Shear
	37	16-00-55-040-015	2818	0.80%	0.33	0.0022	0.0022	-0.0007	0.0013	37%	54%	Shear
G2	38	16-10-55-040-015	1510	0.45%	0.50	0.0017	0.0017	-0.0008	0.0007	42%	30%	Shear
	39	16-20-55-040-015	932	0.11%	0.63	0.0017	0.0017	-0.0010	0.0005	52%	20%	Shear
	40	16-40-55-040-015	248	0.12%	0.84	0.0017	0.0017	-0.0014	0.0001	71%	5%	Shear
	41	20-00-55-040-015	3483	0.97%	0.33	0.0028	0.0028	-0.0009	0.0016	47%	69%	Shear
G3	42	20-10-55-040-015	2187	0.64%	0.45	0.0023	0.0023	-0.0010	0.0011	52%	45%	Shear
	43	20-20-55-040-015	1212	0.21%	0.59	0.0019	0.0019	-0.0011	0.0006	57%	26%	Shear
	44	20-40-55-040-015	757	0.17%	0.73	0.0023	0.0023	-0.0017	0.0004	85%	17%	Shear
	45	24-00-55-040-015	4143	1.13%	0.33	0.0034	0.0034	-0.0011	0.0020	56%	85%	Shear
G4	46	24-10-55-040-015	2885	0.82%	0.43	0.0030	0.0030	-0.0013	0.0014	63%	61%	Shear
	47	24-20-55-040-015	1840	0.37%	0.54	0.0025	0.0025	-0.0014	0.0009	68%	40%	Shear
	48	24-40-55-040-015	1105	0.26%	0.68	0.0028	0.0028	-0.0019	0.0006	94%	27%	Shear
	49	12-00-25-040-020	1889	0.34%	0.36	0.0016	0.0016	-0.0006	0.0009	29%	37%	Shear
G1	50	12-10-25-040-020	1264	0.21%	0.47	0.0013	0.0013	-0.0006	0.0006	32%	25%	Shear
	51	12-20-25-040-020	842	0.17%	0.58	0.0013	0.0012	-0.0007	0.0004	36%	18%	Shear
	52	12-40-25-040-020	347	0.07%	0.77	0.0012	0.0012	-0.0009	0.0002	47%	7%	Shear
	53	16-00-25-040-020	2505	0.48%	0.36	0.0022	0.0022	-0.0008	0.0012	39%	52%	Shear
G2	54	16-10-25-040-020	1882	0.33%	0.44	0.0020	0.0019	-0.0009	0.0009	43%	39%	Shear
	55	16-20-25-040-020	1491	0.30%	0.51	0.0019	0.0019	-0.0010	0.0008	49%	32%	Shear
	56	16-40-25-040-020	812	0.13%	0.66	0.0018	0.0018	-0.0012	0.0004	60%	19%	Shear
	57	20-00-25-040-020	3127	0.60%	0.36	0.0028	0.0028	-0.0010	0.0015	50%	66%	Shear
G3	58	20-10-25-040-020	2514	0.45%	0.42	0.0026	0.0026	-0.0011	0.0013	55%	54%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 3 (No. 59 - 89)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C	
G3	59	20-20-25-040-020	2.0	25	1875	268	0.2	0.0020	1187	3.384	1781	-1.22	1.32	4906
	60	20-40-25-040-020	2.0	25	1875	268	0.4	0.0020	1277	3.221	1916	-1.46	0.96	6917
G4	61	24-00-25-040-020	2.4	25	1875	268	0	0.0020	1096	4.577	1973	-1.23	2.20	3741
	62	24-10-25-040-020	2.4	25	1875	268	0.1	0.0020	1119	4.337	2014	-1.34	1.92	4553
	63	24-20-25-040-020	2.4	25	1875	268	0.2	0.0020	1165	4.241	2097	-1.47	1.71	5502
	64	24-40-25-040-020	2.4	25	1875	268	0.4	0.0020	1244	4.140	2239	-1.76	1.35	7498
G1	65	12-00-40-040-020	1.2	40	1875	268	0	0.0020	1278	2.365	1150	-0.62	1.16	2238
	66	12-10-40-040-020	1.2	40	1875	268	0.1	0.0020	1310	1.795	1179	-0.67	0.66	3461
	67	12-20-40-040-020	1.2	40	1875	268	0.2	0.0020	1498	1.692	1348	-0.82	0.45	5214
	68	12-40-40-040-020	1.2	40	1875	268	0.4	0.0020	1742	1.714	1568	-1.10	0.17	9141
G2	69	16-00-40-040-020	1.6	40	1875	268	0	0.0020	1279	3.245	1535	-0.83	1.60	2941
	70	16-10-40-040-020	1.6	40	1875	268	0.1	0.0020	1310	2.680	1572	-0.91	1.11	4183
	71	16-20-40-040-020	1.6	40	1875	268	0.2	0.0020	1423	2.450	1708	-1.02	0.79	5759
	72	16-40-40-040-020	1.6	40	1875	268	0.4	0.0020	1689	2.418	2027	-1.34	0.46	9567
G3	73	20-00-40-040-020	2.0	40	1875	268	0	0.0020	1279	4.130	1919	-1.05	2.04	3648
	74	20-10-40-040-020	2.0	40	1875	268	0.1	0.0020	1310	3.589	1965	-1.14	1.55	4880
	75	20-20-40-040-020	2.0	40	1875	268	0.2	0.0020	1424	3.397	2136	-1.29	1.25	6481
	76	20-40-40-040-020	2.0	40	1875	268	0.4	0.0020	1645	3.302	2468	-1.63	0.85	10094
G4	77	24-10-40-040-020	2.4	40	1875	268	0.1	0.0020	1310	4.517	2358	-1.37	2.00	5582
	78	24-20-40-040-020	2.4	40	1875	268	0.2	0.0020	1404	4.333	2527	-1.55	1.71	7200
G4	79	24-40-40-040-020	2.4	40	1875	268	0.4	0.0020	1538	4.024	2768	-1.84	1.15	10501
G1	80	12-00-55-040-020	1.2	55	1875	268	0	0.0020	1435	2.580	1292	-0.65	1.28	2504
	81	12-10-55-040-020	1.2	55	1875	268	0.1	0.0020	1480	1.794	1332	-0.71	0.62	4240
	82	12-20-55-040-020	1.2	55	1875	268	0.2	0.0020	1804	1.781	1624	-0.92	0.43	6856
	83	12-40-55-040-020	1.2	55	1875	268	0.4	0.0020	2032	1.757	1829	-1.23	0.07	12400
G2	84	16-00-55-040-020	1.6	55	1875	268	0	0.0020	1435	3.536	1722	-0.87	1.77	3302
	85	16-10-55-040-020	1.6	55	1875	268	0.1	0.0020	1480	2.738	1776	-0.96	1.09	5005
	86	16-20-55-040-020	1.6	55	1875	268	0.2	0.0020	1619	2.378	1943	-1.08	0.69	7243
	87	16-40-55-040-020	1.6	55	1875	268	0.4	0.0020	2020	2.481	2424	-1.49	0.36	12767
G3	88	20-00-55-040-020	2.0	55	1875	268	0	0.0020	1435	4.492	2153	-1.10	2.26	4099
	89	20-10-55-040-020	2.0	55	1875	268	0.1	0.0020	1480	3.713	2220	-1.20	1.59	5795

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $p_l = 4\%$. Parte 3 (No. 59 - 89) (Continuación)

	No.	ID	T	DR	c/h	phi h from	ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ_c'	ϵ_t/ϵ_y	Falla	
G3	59	20-20-25-040-020	2093	0.39%	0.48	0.0025	0.0025	-0.0012	0.0011	61%	46%	Shear
	60	20-40-25-040-020	1290	0.21%	0.60	0.0024	0.0024	-0.0015	0.0007	73%	32%	Shear
G4	61	24-00-25-040-020	3742	0.73%	0.36	0.0034	0.0034	-0.0012	0.0019	62%	81%	Shear
	62	24-10-25-040-020	3147	0.59%	0.41	0.0033	0.0033	-0.0013	0.0016	67%	69%	Shear
	63	24-20-25-040-020	2689	0.49%	0.46	0.0032	0.0032	-0.0015	0.0014	74%	61%	Shear
	64	24-40-25-040-020	1875	0.32%	0.57	0.0031	0.0031	-0.0018	0.0011	88%	45%	Shear
G1	65	12-00-40-040-020	2238	0.47%	0.35	0.0018	0.0018	-0.0006	0.0010	31%	42%	Shear
	66	12-10-40-040-020	1211	0.26%	0.50	0.0013	0.0013	-0.0007	0.0005	34%	23%	Shear
	67	12-20-40-040-020	715	0.14%	0.65	0.0013	0.0013	-0.0008	0.0003	41%	14%	Shear
	68	12-40-40-040-020	143	0.11%	0.87	0.0013	0.0013	-0.0011	0.0001	55%	2%	Shear
G2	69	16-00-40-040-020	2941	0.65%	0.34	0.0024	0.0024	-0.0008	0.0014	42%	59%	Shear
	70	16-10-40-040-020	1933	0.39%	0.45	0.0020	0.0020	-0.0009	0.0009	46%	39%	Shear
	71	16-20-40-040-020	1255	0.22%	0.56	0.0018	0.0018	-0.0010	0.0006	51%	27%	Shear
	72	16-40-40-040-020	568	0.13%	0.74	0.0018	0.0018	-0.0013	0.0003	67%	13%	Shear
G3	73	20-00-40-040-020	3648	0.80%	0.34	0.0031	0.0031	-0.0011	0.0018	53%	75%	Shear
	74	20-10-40-040-020	2630	0.54%	0.42	0.0027	0.0027	-0.0011	0.0013	57%	56%	Shear
	75	20-20-40-040-020	1981	0.40%	0.51	0.0025	0.0025	-0.0013	0.0010	65%	44%	Shear
	76	20-40-40-040-020	1088	0.19%	0.66	0.0025	0.0025	-0.0016	0.0006	82%	27%	Shear
G4	77	24-10-40-040-020	3332	0.70%	0.41	0.0034	0.0034	-0.0014	0.0017	69%	73%	Shear
	78	24-20-40-040-020	2700	0.53%	0.48	0.0032	0.0033	-0.0016	0.0014	78%	60%	Shear
G4	79	24-40-40-040-020	1503	0.27%	0.62	0.0030	0.0030	-0.0018	0.0009	92%	38%	Shear
G1	80	12-00-55-040-020	2505	0.59%	0.34	0.0019	0.0019	-0.0007	0.0011	33%	47%	Shear
	81	12-10-55-040-020	1146	0.28%	0.53	0.0013	0.0013	-0.0007	0.0005	36%	22%	Shear
	82	12-20-55-040-020	668	0.07%	0.68	0.0013	0.0014	-0.0009	0.0003	46%	13%	Shear
	83	12-40-55-040-020	35	0.09%	0.95	0.0013	0.0013	-0.0012	0.0000	62%	-2%	Shear
G2	84	16-00-55-040-020	3302	0.82%	0.33	0.0027	0.0026	-0.0009	0.0015	44%	66%	Shear
	85	16-10-55-040-020	1911	0.46%	0.47	0.0021	0.0021	-0.0010	0.0009	48%	39%	Shear
	86	16-20-55-040-020	1054	0.14%	0.61	0.0018	0.0018	-0.0011	0.0005	54%	23%	Shear
	87	16-40-55-040-020	396	0.14%	0.81	0.0019	0.0019	-0.0015	0.0002	75%	8%	Shear
G3	88	20-00-55-040-020	4099	0.99%	0.33	0.0034	0.0034	-0.0011	0.0020	55%	84%	Shear
	89	20-10-55-040-020	2701	0.63%	0.43	0.0028	0.0028	-0.0012	0.0013	60%	57%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 4 (No. 90 - 120)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C	
G3	90	20-20-55-040-020	2.0	55	1875	268	0.2	0.0020	1615	3.356	2423	-1.35	1.16	7997
	91	20-40-55-040-020	2.0	55	1875	268	0.4	0.0020	2020	3.507	3030	-1.83	0.81	13381
G4	92	24-10-55-040-020	2.4	55	1875	268	0.1	0.0020	1480	4.710	2664	-1.45	2.09	6597
	93	24-20-55-040-020	2.4	55	1875	268	0.2	0.0020	1600	4.346	2880	-1.61	1.64	8768
G1	94	12-00-25-040-025	1.2	25	1875	214	0	0.0025	1253	2.467	1128	-0.67	1.19	2171
	95	12-10-25-040-025	1.2	25	1875	214	0.1	0.0025	1290	2.167	1161	-0.74	0.89	2972
	96	12-20-25-040-025	1.2	25	1875	214	0.2	0.0025	1395	2.070	1256	-0.85	0.71	3966
	97	12-40-25-040-025	1.2	25	1875	214	0.4	0.0025	1544	1.953	1390	-1.05	0.41	6172
G2	98	16-00-25-040-025	1.6	25	1875	214	0	0.0025	1254	3.389	1505	-0.91	1.64	2873
	99	16-10-25-040-025	1.6	25	1875	214	0.1	0.0025	1290	3.130	1548	-1.00	1.36	3691
	100	16-20-25-040-025	1.6	25	1875	214	0.2	0.0025	1384	3.080	1661	-1.13	1.17	4689
	101	16-40-25-040-025	1.6	25	1875	214	0.4	0.0025	1474	2.838	1769	-1.33	0.79	6665
G3	102	20-00-25-040-025	2.0	25	1875	214	0	0.0025	1254	4.339	1881	-1.23	2.20	3742
	103	20-10-25-040-025	2.0	25	1875	214	0.1	0.0025	1290	4.129	1935	-1.28	1.82	4409
	104	20-20-25-040-025	2.0	25	1875	214	0.2	0.0025	1350	4.046	2025	-1.41	1.62	5367
	105	20-40-25-040-025	2.0	25	1875	214	0.4	0.0025	1440	3.906	2160	-1.68	1.25	7348
G4	106	24-10-25-040-025	2.4	25	1875	214	0.1	0.0025	1290	5.181	2322	-1.58	2.31	5146
	107	24-20-25-040-025	2.4	25	1875	214	0.2	0.0025	1318	5.021	2372	-1.68	2.03	5983
G1	108	12-00-40-040-025	1.2	40	1875	214	0	0.0025	1461	2.742	1315	-0.70	1.33	2508
	109	12-10-40-040-025	1.2	40	1875	214	0.1	0.0025	1500	2.176	1350	-0.78	0.85	3775
	110	12-20-40-040-025	1.2	40	1875	214	0.2	0.0025	1639	1.955	1475	-0.89	0.57	5400
	111	12-40-40-040-025	1.2	40	1875	214	0.4	0.0025	1894	1.888	1705	-1.16	0.24	9245
G2	112	16-00-40-040-025	1.6	40	1875	214	0	0.0025	1461	3.748	1753	-0.96	1.88	3381
	113	16-10-40-040-025	1.6	40	1875	214	0.1	0.0025	1500	3.205	1800	-1.04	1.35	4566
	114	16-20-40-040-025	1.6	40	1875	214	0.2	0.0025	1634	2.998	1961	-1.18	1.07	6197
	115	16-40-40-040-025	1.6	40	1875	214	0.4	0.0025	1841	2.760	2209	-1.46	0.61	9781
G3	116	20-10-40-040-025	2.0	40	1875	214	0.1	0.0025	1500	4.259	2250	-1.31	1.87	5383
	117	20-20-40-040-025	2.0	40	1875	214	0.2	0.0025	1621	4.105	2432	-1.48	1.59	7012
	118	20-40-40-040-025	2.0	40	1875	214	0.4	0.0025	1749	3.664	2624	-1.75	1.01	10302
G4	119	24-20-40-040-025	2.4	40	1875	214	0.2	0.0025	1587	5.156	2857	-1.76	2.08	7776
G1	120	12-00-55-040-025	1.2	55	1875	214	0	0.0025	1642	2.994	1478	-0.75	1.49	2848

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 4 (No. 90 - 120) (Continuación)

	No.	ID	T	DR	c/h	phi h from	ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ_c'	ϵ_t/ϵ_y	Falla	
G3	90	20-20-55-040-020	1809	0.35%	0.54	0.0025	0.0025	-0.0014	0.0009	68%	40%	Shear
	91	20-40-55-040-020	1005	0.27%	0.69	0.0026	0.0026	-0.0018	0.0006	92%	24%	Shear
G4	92	24-10-55-040-020	3503	0.81%	0.41	0.0035	0.0035	-0.0015	0.0018	73%	75%	Shear
	93	24-20-55-040-020	2580	0.54%	0.50	0.0033	0.0033	-0.0016	0.0013	81%	58%	Shear
G1	94	12-00-25-040-025	2171	0.37%	0.36	0.0019	0.0019	-0.0007	0.0010	34%	43%	Shear
	95	12-10-25-040-025	1566	0.27%	0.45	0.0016	0.0016	-0.0007	0.0007	37%	32%	Shear
	96	12-20-25-040-025	1153	0.22%	0.54	0.0016	0.0016	-0.0009	0.0006	43%	24%	Shear
	97	12-40-25-040-025	547	0.16%	0.72	0.0015	0.0015	-0.0011	0.0003	53%	12%	Shear
G2	98	16-00-25-040-025	2873	0.50%	0.36	0.0025	0.0026	-0.0009	0.0014	46%	60%	Shear
	99	16-10-25-040-025	2285	0.39%	0.42	0.0023	0.0024	-0.0010	0.0011	50%	49%	Shear
	100	16-20-25-040-025	1876	0.36%	0.49	0.0023	0.0023	-0.0011	0.0010	57%	41%	Shear
	101	16-40-25-040-025	1036	0.21%	0.63	0.0021	0.0021	-0.0013	0.0006	67%	26%	Shear
G3	102	20-00-25-040-025	3742	0.63%	0.36	0.0033	0.0034	-0.0012	0.0018	62%	76%	Shear
	103	20-10-25-040-025	3003	0.53%	0.41	0.0031	0.0031	-0.0013	0.0015	64%	66%	Shear
	104	20-20-25-040-025	2554	0.45%	0.47	0.0030	0.0030	-0.0014	0.0013	71%	57%	Shear
	105	20-40-25-040-025	1727	0.31%	0.57	0.0029	0.0029	-0.0017	0.0010	84%	42%	Shear
G4	106	24-10-25-040-025	3740	0.68%	0.41	0.0039	0.0039	-0.0016	0.0020	79%	83%	Shear
	107	24-20-25-040-025	3170	0.57%	0.45	0.0038	0.0037	-0.0017	0.0017	84%	73%	Shear
G1	108	12-00-40-040-025	2508	0.49%	0.34	0.0021	0.0020	-0.0007	0.0012	35%	50%	Shear
	109	12-10-40-040-025	1525	0.29%	0.48	0.0016	0.0016	-0.0008	0.0007	39%	30%	Shear
	110	12-20-40-040-025	899	0.19%	0.61	0.0015	0.0015	-0.0009	0.0004	45%	19%	Shear
	111	12-40-40-040-025	248	0.16%	0.83	0.0014	0.0014	-0.0012	0.0001	58%	5%	Shear
G2	112	16-00-40-040-025	3381	0.67%	0.34	0.0028	0.0028	-0.0010	0.0016	48%	68%	Shear
	113	16-10-40-040-025	2316	0.44%	0.44	0.0024	0.0024	-0.0010	0.0011	52%	49%	Shear
	114	16-20-40-040-025	1695	0.37%	0.52	0.0022	0.0023	-0.0012	0.0009	59%	37%	Shear
	115	16-40-40-040-025	782	0.20%	0.71	0.0021	0.0021	-0.0015	0.0004	73%	18%	Shear
G3	116	20-10-40-040-025	3133	0.61%	0.41	0.0032	0.0032	-0.0013	0.0016	66%	68%	Shear
	117	20-20-40-040-025	2512	0.52%	0.48	0.0031	0.0031	-0.0015	0.0013	74%	56%	Shear
	118	20-40-40-040-025	1297	0.25%	0.63	0.0027	0.0028	-0.0018	0.0008	88%	32%	Shear
G4	119	24-20-40-040-025	3276	0.65%	0.46	0.0039	0.0038	-0.0018	0.0017	88%	74%	Shear
G1	120	12-00-55-040-025	2848	0.59%	0.33	0.0022	0.0022	-0.0008	0.0013	38%	55%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 5 (No. 121 - 151)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C	
G1	121	12-10-55-040-025	1.2	55	1875	214	0.1	0.0025	1692	2.191	1523	-0.82	0.83	4583
	122	12-20-55-040-025	1.2	55	1875	214	0.2	0.0025	1905	1.951	1715	-0.96	0.49	6943
	123	12-40-55-040-025	1.2	55	1875	214	0.4	0.0025	2177	1.888	1959	-1.28	0.13	12439
G2	124	16-00-55-040-025	1.6	55	1875	214	0	0.0025	1642	4.089	1970	-1.00	2.05	3759
	125	16-10-55-040-025	1.6	55	1875	214	0.1	0.0025	1692	3.292	2030	-1.10	1.38	5464
	126	16-20-55-040-025	1.6	55	1875	214	0.2	0.0025	1850	2.931	2220	-1.24	0.96	7679
	127	16-40-55-040-025	1.6	55	1875	214	0.4	0.0025	2146	2.718	2575	-1.56	0.46	12907
G3	128	20-10-55-040-025	2.0	55	1875	214	0.1	0.0025	1692	4.422	2538	-1.37	1.93	6338
	129	20-20-55-040-025	2.0	55	1875	214	0.2	0.0025	1840	4.079	2760	-1.55	1.52	8581
	130	20-40-55-040-025	2.0	55	1875	214	0.4	0.0025	2130	3.832	3195	-1.92	0.94	13555
G4	131	24-20-55-040-025	2.4	55	1875	214	0.2	0.0025	1820	5.255	3276	-1.84	2.06	9426
G1	132	12-00-25-040-030	1.2	25	1875	179	0	0.0030	1391	2.768	1252	-0.75	1.33	2400
	133	12-10-25-040-030	1.2	25	1875	179	0.1	0.0030	1437	2.494	1293	-0.82	1.04	3201
	134	12-20-25-040-030	1.2	25	1875	179	0.2	0.0030	1553	2.409	1398	-0.95	0.87	4219
	135	12-40-25-040-030	1.2	25	1875	179	0.4	0.0030	1711	2.290	1540	-1.16	0.55	6358
G2	136	16-00-25-040-030	1.6	25	1875	179	0	0.0030	1391	3.801	1669	-1.01	1.82	3159
	137	16-10-25-040-030	1.6	25	1875	179	0.1	0.0030	1438	3.581	1726	-1.11	1.55	3983
	138	16-20-25-040-030	1.6	25	1875	179	0.2	0.0030	1526	3.518	1831	-1.26	1.37	4992
	139	16-40-25-040-030	1.6	25	1875	179	0.4	0.0030	1627	3.319	1952	-1.49	0.99	6968
G3	140	20-10-25-040-030	2.0	25	1875	179	0.1	0.0030	1438	4.721	2157	-1.44	2.09	4819
G3	141	20-20-25-040-030	2.0	25	1875	179	0.2	0.0030	1490	4.621	2235	-1.60	1.90	5790
	142	20-40-25-040-030	2.0	25	1875	179	0.4	0.0030	1580	4.518	2370	-1.87	1.50	7725
G4	143	24-20-25-040-030	2.4	25	1875	179	0.2	0.0030	1445	5.693	2601	-1.92	2.36	6482
G1	144	12-00-40-040-030	1.2	40	1875	179	0	0.0030	1621	3.071	1459	-0.79	1.51	2789
	145	12-10-40-040-030	1.2	40	1875	179	0.1	0.0030	1669	2.521	1502	-0.86	1.02	4038
	146	12-20-40-040-030	1.2	40	1875	179	0.2	0.0030	1831	2.315	1648	-0.98	0.71	5630
	147	12-40-40-040-030	1.2	40	1875	179	0.4	0.0030	2032	2.079	1829	-1.23	0.32	9376
G2	148	16-00-40-040-030	1.6	40	1875	179	0	0.0030	1621	4.192	1945	-1.07	2.09	3728
	149	16-10-40-040-030	1.6	40	1875	179	0.1	0.0030	1669	3.676	2003	-1.16	1.60	4947
	150	16-20-40-040-030	1.6	40	1875	179	0.2	0.0030	1826	3.526	2191	-1.33	1.33	6607
	151	16-40-40-040-030	1.6	40	1875	179	0.4	0.0030	1981	3.115	2377	-1.67	0.76	9980

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 5 (No. 121 - 151) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from		ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ'_c	ϵ_t/ϵ_y	Falla	
G1	121	12-10-55-040-025	1489	0.33%	0.50	0.0016	0.0017	-0.0008	0.0007	41%	29%	Shear
	122	12-20-55-040-025	756	0.23%	0.66	0.0015	0.0015	-0.0010	0.0004	48%	15%	Shear
	123	12-40-55-040-025	72	0.10%	0.91	0.0014	0.0014	-0.0013	0.0000	64%	0%	Shear
G2	124	16-00-55-040-025	3759	0.83%	0.33	0.0031	0.0031	-0.0010	0.0018	50%	76%	Shear
	125	16-10-55-040-025	2370	0.52%	0.44	0.0025	0.0025	-0.0011	0.0012	55%	49%	Shear
	126	16-20-55-040-025	1492	0.34%	0.56	0.0022	0.0022	-0.0012	0.0008	62%	32%	Shear
	127	16-40-55-040-025	535	0.17%	0.77	0.0020	0.0020	-0.0016	0.0003	78%	12%	Shear
G3	128	20-10-55-040-025	3244	0.71%	0.42	0.0033	0.0033	-0.0014	0.0016	69%	70%	Shear
	129	20-20-55-040-025	2388	0.53%	0.50	0.0031	0.0031	-0.0016	0.0012	78%	53%	Shear
	130	20-40-55-040-025	1179	0.29%	0.67	0.0029	0.0029	-0.0019	0.0007	96%	29%	Shear
G4	131	24-20-55-040-025	3238	0.71%	0.47	0.0039	0.0039	-0.0018	0.0017	92%	74%	Shear
G1	132	12-00-25-040-030	2400	0.38%	0.36	0.0021	0.0021	-0.0008	0.0011	38%	49%	Shear
	133	12-10-25-040-030	1795	0.29%	0.44	0.0019	0.0019	-0.0008	0.0009	41%	37%	Shear
	134	12-20-25-040-030	1405	0.26%	0.52	0.0018	0.0018	-0.0010	0.0007	48%	30%	Shear
	135	12-40-25-040-030	734	0.17%	0.68	0.0017	0.0017	-0.0012	0.0004	58%	17%	Shear
G2	136	16-00-25-040-030	3159	0.52%	0.36	0.0029	0.0028	-0.0010	0.0016	51%	67%	Shear
	137	16-10-25-040-030	2577	0.43%	0.42	0.0027	0.0027	-0.0011	0.0013	56%	56%	Shear
	138	16-20-25-040-030	2179	0.38%	0.48	0.0026	0.0026	-0.0013	0.0011	63%	48%	Shear
	139	16-40-25-040-030	1343	0.25%	0.60	0.0025	0.0025	-0.0015	0.0008	75%	33%	Shear
G3	140	20-10-25-040-030	3413	0.57%	0.41	0.0035	0.0035	-0.0014	0.0018	72%	76%	Shear
G3	141	20-20-25-040-030	2977	0.50%	0.46	0.0035	0.0035	-0.0016	0.0016	80%	67%	Shear
	142	20-40-25-040-030	2100	0.36%	0.55	0.0034	0.0034	-0.0019	0.0012	94%	51%	Shear
G4	143	24-20-25-040-030	3669	0.62%	0.45	0.0043	0.0043	-0.0019	0.0020	96%	84%	Shear
G1	144	12-00-40-040-030	2789	0.50%	0.34	0.0023	0.0023	-0.0008	0.0013	40%	56%	Shear
	145	12-10-40-040-030	1788	0.33%	0.46	0.0019	0.0019	-0.0009	0.0009	43%	36%	Shear
	146	12-20-40-040-030	1129	0.26%	0.58	0.0017	0.0017	-0.0010	0.0006	49%	24%	Shear
	147	12-40-40-040-030	378	0.16%	0.79	0.0016	0.0016	-0.0012	0.0002	62%	8%	Shear
G2	148	16-00-40-040-030	3728	0.69%	0.34	0.0031	0.0032	-0.0011	0.0018	54%	77%	Shear
	149	16-10-40-040-030	2697	0.49%	0.42	0.0028	0.0028	-0.0012	0.0013	58%	57%	Shear
	150	16-20-40-040-030	2105	0.45%	0.50	0.0026	0.0027	-0.0013	0.0011	67%	46%	Shear
	151	16-40-40-040-030	980	0.21%	0.69	0.0023	0.0024	-0.0017	0.0005	84%	22%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 6 (No. 152 - 182)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C
152	20-10-40-040-030	2.0	40	1875	179	0.1	0.0030	1669	4.869	2504	-1.47	2.19	5881
G3 153	20-20-40-040-030	2.0	40	1875	179	0.2	0.0030	1791	4.722	2687	-1.65	1.89	7478
154	20-40-40-040-030	2.0	40	1875	179	0.4	0.0030	1921	4.307	2882	-1.94	1.28	10693
155	12-00-55-040-030	1.2	55	1875	179	0	0.0030	1827	3.364	1644	-0.84	1.69	3164
G1 156	12-10-55-040-030	1.2	55	1875	179	0.1	0.0030	1882	2.556	1694	-0.92	1.01	4878
157	12-20-55-040-030	1.2	55	1875	179	0.2	0.0030	2077	2.240	1869	-1.05	0.63	7139
158	12-40-55-040-030	1.2	55	1875	179	0.4	0.0030	2402	2.126	2162	-1.37	0.23	12565
159	16-10-55-040-030	1.6	55	1875	179	0.1	0.0030	1882	3.797	2258	-1.22	1.63	5869
G2 160	16-20-55-040-030	1.6	55	1875	179	0.2	0.0030	2065	3.471	2478	-1.38	1.21	8089
161	16-40-55-040-030	1.6	55	1875	179	0.4	0.0030	2290	2.931	2748	-1.65	0.57	13067
162	20-10-55-040-030	2.0	55	1875	179	0.1	0.0030	1882	5.068	2823	-1.53	2.27	6870
G3 163	20-20-55-040-030	2.0	55	1875	179	0.2	0.0030	2042	4.758	3063	-1.76	1.86	9107
164	20-40-55-040-030	2.0	55	1875	179	0.4	0.0030	2199	4.036	3299	-1.99	1.04	13696
165	12-00-25-040-040	1.2	25	1875	134	0	0.0040	1633	3.304	1470	-0.89	1.60	2814
G1 166	12-10-25-040-040	1.2	25	1875	134	0.1	0.0040	1671	3.016	1504	-0.96	1.29	3586
167	12-20-25-040-040	1.2	25	1875	134	0.2	0.0040	1769	2.903	1592	-1.08	1.09	4560
168	12-40-25-040-040	1.2	25	1875	134	0.4	0.0040	1979	2.869	1781	-1.34	0.80	6687
169	16-00-25-040-040	1.6	25	1875	134	0	0.0040	1633	4.542	1960	-1.22	2.18	3704
G2 170	16-10-25-040-040	1.6	25	1875	134	0.1	0.0040	1671	4.314	2005	-1.32	1.89	4517
171	16-20-25-040-040	1.6	25	1875	134	0.2	0.0040	1769	4.311	2123	-1.49	1.73	5537
172	16-40-25-040-040	1.6	25	1875	134	0.4	0.0040	1887	4.213	2264	-1.77	1.37	7529
G3 173	20-20-25-040-040	2.0	25	1875	134	0.2	0.0040	1746	5.753	2619	-1.92	2.36	6482
174	12-00-40-040-040	1.2	40	1875	134	0	0.0040	1917	3.684	1725	-0.94	1.83	3311
G1 175	12-10-40-040-040	1.2	40	1875	134	0.1	0.0040	1978	3.158	1780	-1.03	1.33	4534
176	12-20-40-040-040	1.2	40	1875	134	0.2	0.0040	2184	3.010	1966	-1.18	1.07	6197
177	12-40-40-040-040	1.2	40	1875	134	0.4	0.0040	2426	2.707	2183	-1.44	0.59	9744
178	16-10-40-040-040	1.6	40	1875	134	0.1	0.0040	1978	4.551	2374	-1.39	2.03	5623
G2 179	16-20-40-040-040	1.6	40	1875	134	0.2	0.0040	2160	4.489	2592	-1.59	1.78	7316
180	16-40-40-040-040	1.6	40	1875	134	0.4	0.0040	2308	4.029	2770	-1.85	1.16	10517
G1 181	12-00-55-040-040	1.2	55	1875	134	0	0.0040	2166	4.041	1949	-0.99	2.03	3719
182	12-10-55-040-040	1.2	55	1875	134	0.1	0.0040	2227	3.235	2004	-1.08	1.34	5401

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 6 (No. 152 - 182) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from	ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ'_c	ϵ_t/ϵ_y	Falla		
G3	152	20-10-40-040-030	3631	0.66%	0.40	0.0037	0.0037	-0.0015	0.0019	74%	79%	Shear
	153	20-20-40-040-030	2978	0.58%	0.47	0.0035	0.0035	-0.0017	0.0016	83%	67%	Shear
	154	20-40-40-040-030	1699	0.31%	0.60	0.0032	0.0032	-0.0019	0.0010	97%	42%	Shear
G1	155	12-00-55-040-030	3164	0.61%	0.33	0.0025	0.0025	-0.0008	0.0015	42%	62%	Shear
	156	12-10-55-040-030	1784	0.37%	0.48	0.0019	0.0019	-0.0009	0.0008	46%	35%	Shear
	157	12-20-55-040-030	953	0.24%	0.63	0.0017	0.0017	-0.0011	0.0005	53%	20%	Shear
	158	12-40-55-040-030	189	0.20%	0.86	0.0016	0.0016	-0.0014	0.0001	69%	4%	Shear
G2	159	16-10-55-040-030	2771	0.57%	0.43	0.0028	0.0029	-0.0012	0.0014	61%	58%	Shear
	160	16-20-55-040-030	1901	0.47%	0.53	0.0026	0.0026	-0.0014	0.0010	69%	42%	Shear
	161	16-40-55-040-030	694	0.19%	0.74	0.0022	0.0022	-0.0017	0.0004	83%	16%	Shear
G3	162	20-10-55-040-030	3777	0.77%	0.40	0.0038	0.0038	-0.0015	0.0019	77%	82%	Shear
	163	20-20-55-040-030	2919	0.65%	0.49	0.0036	0.0036	-0.0018	0.0015	88%	64%	Shear
	164	20-40-55-040-030	1313	0.27%	0.66	0.0030	0.0030	-0.0020	0.0008	100%	33%	Shear
G1	165	12-00-25-040-040	2814	0.40%	0.36	0.0025	0.0025	-0.0009	0.0014	45%	58%	Shear
	166	12-10-25-040-040	2180	0.31%	0.43	0.0023	0.0023	-0.0010	0.0011	48%	47%	Shear
	167	12-20-25-040-040	1747	0.26%	0.50	0.0022	0.0022	-0.0011	0.0009	54%	38%	Shear
	168	12-40-25-040-040	1056	0.20%	0.63	0.0022	0.0021	-0.0013	0.0006	67%	26%	Shear
G2	169	16-00-25-040-040	3704	0.55%	0.36	0.0034	0.0034	-0.0012	0.0019	61%	80%	Shear
	170	16-10-25-040-040	3111	0.46%	0.41	0.0032	0.0032	-0.0013	0.0016	66%	69%	Shear
	171	16-20-25-040-040	2724	0.42%	0.46	0.0032	0.0032	-0.0015	0.0014	75%	62%	Shear
	172	16-40-25-040-040	1905	0.32%	0.56	0.0032	0.0031	-0.0018	0.0011	89%	47%	Shear
G3	173	20-20-25-040-040	3669	0.57%	0.45	0.0043	0.0043	-0.0019	0.0020	96%	85%	Shear
G1	174	12-00-40-040-040	3311	0.51%	0.34	0.0028	0.0028	-0.0009	0.0016	47%	67%	Shear
	175	12-10-40-040-040	2285	0.37%	0.44	0.0024	0.0024	-0.0010	0.0011	52%	48%	Shear
	176	12-20-40-040-040	1695	0.33%	0.52	0.0023	0.0023	-0.0012	0.0009	59%	37%	Shear
	177	12-40-40-040-040	745	0.21%	0.71	0.0020	0.0020	-0.0014	0.0004	72%	17%	Shear
G2	178	16-10-40-040-040	3373	0.54%	0.41	0.0034	0.0034	-0.0014	0.0017	70%	73%	Shear
	179	16-20-40-040-040	2816	0.53%	0.47	0.0034	0.0034	-0.0016	0.0015	80%	63%	Shear
	180	16-40-40-040-040	1519	0.29%	0.61	0.0030	0.0030	-0.0019	0.0009	93%	38%	Shear
G1	181	12-00-55-040-040	3719	0.66%	0.33	0.0030	0.0030	-0.0010	0.0018	50%	75%	Shear
	182	12-10-55-040-040	2307	0.42%	0.45	0.0024	0.0024	-0.0011	0.0011	54%	48%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 7 (No. 183 - 213)

No.	ID	Relación Aspecto	f _c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf _c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C	
G1	183	12-20-55-040-040	1.2	55	1875	134	0.2	0.0040	2460	2.918	2214	-1.23	0.94	7652
	184	12-40-55-040-040	1.2	55	1875	134	0.4	0.0040	2728	2.530	2455	-1.50	0.38	12795
G2	185	16-10-55-040-040	1.6	55	1875	134	0.1	0.0040	2227	4.727	2672	-1.45	2.09	6597
	186	16-20-55-040-040	1.6	55	1875	134	0.2	0.0040	2451	4.481	2941	-1.65	1.72	8890
	187	16-40-55-040-040	1.6	55	1875	134	0.4	0.0040	2680	3.873	3216	-1.93	0.96	13583
G1	188	12-00-25-040-050	1.2	25	1875	107	0	0.0050	1833	3.752	1650	-1.00	1.80	3127
	189	12-10-25-040-050	1.2	25	1875	107	0.1	0.0050	1888	3.514	1699	-1.10	1.53	3952
	190	12-20-25-040-050	1.2	25	1875	107	0.2	0.0050	1969	3.363	1772	-1.22	1.32	4906
	191	12-40-25-040-050	1.2	25	1875	107	0.4	0.0050	2204	3.399	1984	-1.51	1.02	7019
	192	16-10-25-040-050	1.6	25	1875	107	0.1	0.0050	1888	5.023	2266	-1.53	2.23	5019
G2	193	16-20-25-040-050	1.6	25	1875	107	0.2	0.0050	1969	4.992	2363	-1.70	2.05	6022
G1	194	12-00-40-040-050	1.2	40	1875	107	0	0.0050	2169	4.209	1952	-1.07	2.09	3728
	195	12-10-40-040-050	1.2	40	1875	107	0.1	0.0050	2250	3.728	2025	-1.17	1.62	4981
	196	12-20-40-040-050	1.2	40	1875	107	0.2	0.0050	2489	3.643	2240	-1.35	1.37	6671
	197	12-40-40-040-050	1.2	40	1875	107	0.4	0.0050	2772	3.361	2495	-1.64	0.86	10117
	G2	198	16-20-40-040-050	1.6	40	1875	107	0.2	0.0050	2489	5.363	2987	-1.87	2.26
G1	199	12-10-55-040-050	1.2	55	1875	107	0.1	0.0050	2534	3.848	2281	-1.23	1.65	5902
	200	12-20-55-040-050	1.2	55	1875	107	0.2	0.0050	2806	3.571	2525	-1.40	1.26	8155
	201	12-40-55-040-050	1.2	55	1875	107	0.4	0.0050	3127	3.095	2814	-1.70	0.63	13153
G2	202	16-20-55-040-050	1.6	55	1875	107	0.2	0.0050	2783	5.401	3340	-1.89	2.17	9592
G1	203	12-00-25-040-060	1.2	25	1875	89.3	0	0.0060	2021	4.183	1819	-1.12	2.00	3439
	204	12-10-25-040-060	1.2	25	1875	89.3	0.1	0.0060	2085	3.972	1877	-1.24	1.76	4306
	205	12-20-25-040-060	1.2	25	1875	89.3	0.2	0.0060	2174	3.859	1957	-1.36	1.53	5236
	206	12-40-25-040-060	1.2	25	1875	89.3	0.4	0.0060	2415	3.948	2174	-1.69	1.27	7378
G2	207	16-20-25-040-060	1.6	25	1875	89.3	0.2	0.0060	2174	5.718	2609	-1.92	2.36	6482
G1	208	12-10-40-040-060	1.2	40	1875	89.3	0.1	0.0060	2492	4.242	2243	-1.31	1.87	5382
G1	209	12-20-40-040-060	1.2	40	1875	89.3	0.2	0.0060	2662	4.019	2396	-1.45	1.54	6941
	210	12-40-40-040-060	1.2	40	1875	89.3	0.4	0.0060	3034	3.932	2731	-1.82	1.12	10456
G1	211	12-10-55-040-060	1.2	55	1875	89.3	0.1	0.0060	2809	4.401	2528	-1.37	1.93	6337
	212	12-20-55-040-060	1.2	55	1875	89.3	0.2	0.0060	3114	4.174	2803	-1.57	1.57	8655
	213	12-40-55-040-060	1.2	55	1875	89.3	0.4	0.0060	3498	3.740	3148	-1.89	0.90	13504

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 7 (No. 183 - 213) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from	ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ_c'	ϵ_t/ϵ_y	Falla		
G1	183	12-20-55-040-040	1465	0.32%	0.57	0.0022	0.0022	-0.0012	0.0007	62%	32%	Shear
	184	12-40-55-040-040	423	0.21%	0.80	0.0019	0.0019	-0.0015	0.0002	75%	9%	Shear
G2	185	16-10-55-040-040	3503	0.63%	0.41	0.0035	0.0035	-0.0015	0.0018	73%	76%	Shear
	186	16-20-55-040-040	2702	0.56%	0.49	0.0034	0.0034	-0.0017	0.0014	83%	60%	Shear
	187	16-40-55-040-040	1206	0.29%	0.67	0.0029	0.0029	-0.0019	0.0007	97%	30%	Shear
G1	188	12-00-25-040-050	3127	0.41%	0.36	0.0028	0.0028	-0.0010	0.0016	50%	66%	Shear
	189	12-10-25-040-050	2546	0.34%	0.42	0.0026	0.0026	-0.0011	0.0013	55%	55%	Shear
	190	12-20-25-040-050	2093	0.28%	0.48	0.0025	0.0025	-0.0012	0.0011	61%	46%	Shear
	191	12-40-25-040-050	1393	0.23%	0.60	0.0025	0.0025	-0.0015	0.0008	76%	34%	Shear
G2	192	16-10-25-040-050	3613	0.49%	0.41	0.0038	0.0038	-0.0015	0.0019	77%	81%	Shear
	193	16-20-25-040-050	3209	0.45%	0.45	0.0037	0.0038	-0.0017	0.0017	85%	73%	Shear
G1	194	12-00-40-040-050	3728	0.52%	0.34	0.0032	0.0032	-0.0011	0.0018	54%	77%	Shear
	195	12-10-40-040-050	2731	0.40%	0.42	0.0028	0.0028	-0.0012	0.0014	59%	58%	Shear
	196	12-20-40-040-050	2170	0.39%	0.50	0.0027	0.0027	-0.0014	0.0011	68%	48%	Shear
	197	12-40-40-040-050	1110	0.24%	0.66	0.0025	0.0025	-0.0016	0.0006	82%	27%	Shear
G2	198	16-20-40-040-050	3550	0.57%	0.45	0.0040	0.0041	-0.0019	0.0018	94%	78%	Shear
G1	199	12-10-55-040-050	2808	0.44%	0.43	0.0029	0.0029	-0.0012	0.0014	62%	59%	Shear
	200	12-20-55-040-050	1967	0.38%	0.53	0.0027	0.0027	-0.0014	0.0010	70%	44%	Shear
	201	12-40-55-040-050	778	0.23%	0.73	0.0023	0.0023	-0.0017	0.0004	85%	18%	Shear
G2	202	16-20-55-040-050	3404	0.62%	0.47	0.0041	0.0041	-0.0019	0.0018	95%	77%	Shear
G1	203	12-00-25-040-060	3439	0.42%	0.36	0.0031	0.0031	-0.0011	0.0017	56%	74%	Shear
	204	12-10-25-040-060	2900	0.37%	0.41	0.0030	0.0030	-0.0012	0.0015	62%	63%	Shear
	205	12-20-25-040-060	2423	0.32%	0.47	0.0029	0.0029	-0.0014	0.0013	68%	54%	Shear
	206	12-40-25-040-060	1756	0.27%	0.57	0.0030	0.0030	-0.0017	0.0010	85%	43%	Shear
G2	207	16-20-25-040-060	3669	0.50%	0.45	0.0043	0.0043	-0.0019	0.0020	96%	84%	Shear
G1	208	12-10-40-040-060	3132	0.42%	0.41	0.0032	0.0032	-0.0013	0.0016	66%	67%	Shear
G1	209	12-20-40-040-060	2441	0.34%	0.48	0.0030	0.0030	-0.0015	0.0013	73%	55%	Shear
	210	12-40-40-040-060	1456	0.27%	0.62	0.0029	0.0029	-0.0018	0.0009	91%	37%	Shear
G1	211	12-10-55-040-060	3243	0.47%	0.42	0.0033	0.0033	-0.0014	0.0016	69%	70%	Shear
	212	12-20-55-040-060	2460	0.41%	0.50	0.0031	0.0031	-0.0016	0.0013	79%	55%	Shear
	213	12-40-55-040-060	1130	0.30%	0.68	0.0028	0.0028	-0.0019	0.0007	95%	28%	Shear

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $\rho_l = 4\%$. Parte 8 (No. 214 - 220)

No.	ID	Relación Aspecto	f'c	Área de barra	Separación estribos	P/Agf'c	rhoT	Vn	phi	M@Vn	etop	ebtm	C
G1 214	12-10-25-040-080	1.2	25	1875	67.0	0.1	0.0080	2445	4.842	2201	-1.49	2.17	4939
G1 215	12-20-25-040-080	1.2	25	1875	67.0	0.2	0.0080	2524	4.726	2272	-1.61	1.92	5828
G1 216	12-10-40-040-080	1.2	40	1875	67.0	0.1	0.0080	2908	5.145	2617	-1.54	2.31	6061
G1 217	12-20-40-040-080	1.2	40	1875	67.0	0.2	0.0080	3010	4.781	2709	-1.67	1.91	7520
G1 218	12-20-55-040-080	1.2	55	1875	67.0	0.2	0.0080	3520	5.002	3168	-1.79	1.97	9286
G1 219	12-20-25-040-100	1.2	25	1875	53.6	0.2	0.0100	2838	5.548	2554	-1.87	2.30	6394
G1 220	12-20-40-040-100	1.2	40	1875	53.6	0.2	0.0100	3386	5.650	3047	-1.91	2.32	8146

Tabla E.3 Resultados del análisis paramétrico para $p_l = 4\%$. Parte 8 (No. 214 - 220) (Continuación)

No.	ID	T	DR	c/h	phi h from	ϵ_c	ϵ_t	ϵ_c/ϵ'_c	ϵ_t/ϵ_y	Falla		
G1	214	12-10-25-040-080	3533	0.41%	0.41	0.0036	0.0037	-0.0015	0.0018	75%	78%	Shear
	215	12-20-25-040-080	3015	0.37%	0.46	0.0035	0.0035	-0.0016	0.0016	81%	69%	Shear
G1	216	12-10-40-040-080	3811	0.47%	0.40	0.0039	0.0039	-0.0015	0.0020	77%	84%	Shear
	217	12-20-40-040-080	3020	0.37%	0.47	0.0036	0.0036	-0.0017	0.0016	84%	68%	Shear
G1	218	12-20-55-040-080	3098	0.41%	0.48	0.0038	0.0038	-0.0018	0.0016	90%	69%	Shear
G1	219	12-20-25-040-100	3582	0.41%	0.45	0.0042	0.0042	-0.0019	0.0019	94%	82%	Shear
G1	220	12-20-40-040-100	3646	0.41%	0.45	0.0042	0.0042	-0.0019	0.0019	96%	83%	Shear

Las Series del Instituto de Ingeniería describen los resultados de algunas de las investigaciones más relevantes de esta institución. Con frecuencia son trabajos in extenso de artículos que se publican en revistas especializadas, memorias de congresos, etc.

Cada número de estas Series se edita con la aprobación técnica del Comité Editorial del Instituto, basada en la evaluación de árbitros competentes en el tema, adscritos a instituciones del país y/o el extranjero.

Actualmente hay tres diferentes Series del Instituto de Ingeniería:

SERIE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

Incluye trabajos originales sobre investigación y/o desarrollo tecnológico. Es continuación de la Serie Azul u Ordinaria, publicada por el Instituto de Ingeniería desde 1956, la cual actualmente tiene nueva presentación y admite textos en español e inglés.

SERIE DOCENCIA

Está dedicada a temas especializados de cursos universitarios para facilitar a estudiantes y profesores una mejor comprensión de ciertos temas importantes de los programas de estudio.

SERIE MANUALES

Abarca manuales útiles para resolver problemas asociados con la práctica profesional o textos que describen y explican el estado del arte o el estado de la práctica en ciertos temas. Incluye normas, manuales de diseño y de laboratorio, reglamentos, comentarios a normas y bases de datos.

Las Series del Instituto de Ingeniería pueden consultarse gratuitamente desde la dirección electrónica del Instituto <http://www.ii.unam.mx> (<http://aplicaciones.iingen.unam.mx/ConsultasSPII/Buscarpublicacion.aspx>) y pueden grabarse o imprimirse en formato PDF desde cualquier computadora.

